Lecture four

Exact Differential Equation المعادلات التفاضلية التامة

تكتب المعادلات التفاضلية التامة بالصيغة التالية:

$$M\,dx + N\,dy = 0$$

وتسمى هذه المعادلة بمعادلة تفاضلية تامة اذا كان:

$$\frac{\delta M}{\delta y} = \frac{\delta N}{\delta x}$$

حيث يمثل $\frac{\delta M}{\delta y}$ معامل التفاضل M نسبة الى y باعتبار x ثابت

و يمثل $\frac{\delta N}{\delta x}$ معامل التفاضل N نسبة الى x باعتبار y ثابت

Methods for Solving Exact Differential Equation

طرق حل المعادلات التفاضلية التامة

1. نكامل M نسبة الى x باعتبار y ثابت
2. نكامل نسبة ل y فقط للحدود الموجودة ضمن N دون التي تحتوي على x (اي اهمال اي حد لx مضروب في y)
3. الحل النهائي يساوي الحل الاول + الحل الثاني = ثابت

أو

1. نكامل N نسبة الى y باعتبار x ثابت
2. نكامل نسبة ل x فقط للحدود الموجودة ضمن M دون التي تحتوي على y (اي اهمال اي حد لy مضروب في x)
3. الحل النهائي يساوي الحل الاول + الحل الثاني = ثابت

----------Dr. Tahseen Gelmiran

Example

Solve

$$(5\,x^4 + 3\,x^2\,y^2 - 2\,x\,y^3)\,dx + (2\,x^3 y - 3\,x^2\,y^2 - 5\,y^4)\,dy = 0$$

$$M\,dx + N\,dy = 0$$

$$M = 5\,x^4 + 3\,x^2\,y^2 - 2\,x\,y^3$$

$$\frac{\delta M}{\delta y} = 6\,x^2\,y - 6\,x\,y^2$$

$$N = 2\,x^3\,y - 3\,x^2\,y^2 - 5\,y^4$$

$$\frac{\delta N}{\delta x} = 6\,x^2\,y - 6\,x\,y^2$$

$$\frac{\delta M}{\delta y} = \frac{\delta N}{\delta x} \qquad E.D.E$$

$$\int M\,dx + \int (terms\ of\ N\ not\ constaining\ x)\,dy = c$$

$$\int (5\,x^4 + 3\,x^2\,y^2 - 2\,x\,y^3)\,dx + \int -5\,y^4\,dy = c$$

$$x^5 + x^3\,y^2 - x^2\,y^3 - y^5 = c$$

Example

Solve $\left(y^2 e^{xy^2} + 4x^3\right) dx + \left(2xye^{xy^2} - 3y^2\right) dy = 0$

$M\,dx + N\,dy = 0$

$M = y^2 e^{xy^2} + 4x^3$

$\frac{\delta M}{\delta y} = y^2 \left(e^{x y^2}\right) 2xy + 2y\, e^{xy^2} = 2x\, y^3\, e^{x y^2} + 2y\, e^{x y^2}$

$N = 2xye^{xy^2} - 3y^2$

$\frac{\delta N}{\delta x} = 2y\, x\, e^{x y^2}\, y^2 + e^{x y^2}\, 2y = 2x\, y^3\, e^{x y^2} + 2y\, e^{x y^2}$

$\frac{\delta M}{\delta y} = \frac{\delta N}{\delta x}$ $\qquad E.D.E$

$\int M\ dx + \int (terms\ of\ N\ not\ constaining\ x)\ dy = c$

$\int \left(y^2 e^{xy^2} + 4x^3\right) dx + \int -3y^2\ dy = c$

$e^{x y^2} + x^4 - y^3 = c$

Example

Solve

$$(2xy + y - tany)\,dx + (x^2 - x\tan^2 y + \sec^2 y + 2)\,dy = 0$$

$$M\,dx + N\,dy = 0$$

$$M = 2xy + y - tany$$

$$\frac{\delta M}{\delta y} = 2x + 1 - \sec^2 y$$

$$N = x^2 - x\tan^2 y + \sec^2 y + 2$$

$$\frac{\delta N}{\delta x} = 2x - \tan^2 y = 2x - (\sec^2 y - 1) = 2x - \sec^2 y + 1$$

$$\frac{\delta M}{\delta y} = \frac{\delta N}{\delta x} \qquad E.D.E$$

$$\int M\ dx + \int (terms\ of\ N\ not\ constaining\ x)\ dy = c$$

$$\int (2xy + y - tany)\ dx + \int (\sec^2 y + 2)\ dy = c$$

$$x^2 y + x y - x\,tany + tany + 2y = c$$