Function الدوال

انواع الدوال

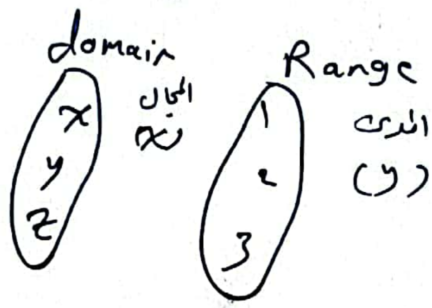
① $f(x) = 2x+5$

or $y = 2x+5$

x : input , Independent

y = output , dependent

② maps الخرائط



③ orderd pairs الازواج المرتبة

$\{(x,1), (y,2), (z,3)\}$
$\quad$ D , R $\quad$ D , R $\quad$ D , R

④ Graphe

* كيف نعرف المعادلة هي دالة او لا لكل نوع من انواع الاربعة السابقة

① $f(x) = 2x + 5$ or $y = 2x + 5$

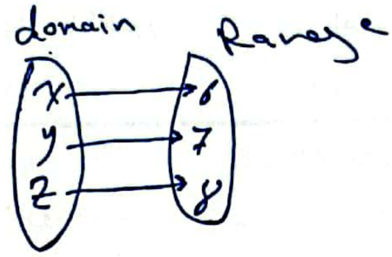
$x = 0 \Rightarrow f(0) = 2(0) + 5 = 5$

$x = 1 \Rightarrow f(1) = 2(1) + 5 = \cancel{5}7$

x	y
0	5
1	7
2	9

* اذا كان كل قيمة لـ x تعطي قيمة لـ y فهذا يعني ان المعادلة هي دالة

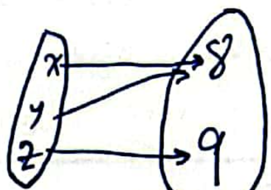
② map



$\therefore$ function

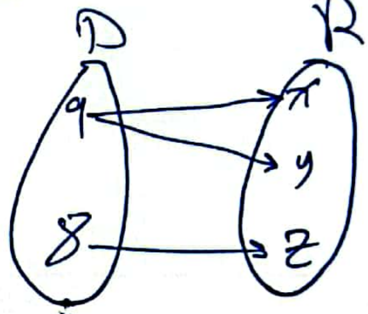
لانه كل عنصر من المجال يخرج منه سهم واحد

مثال



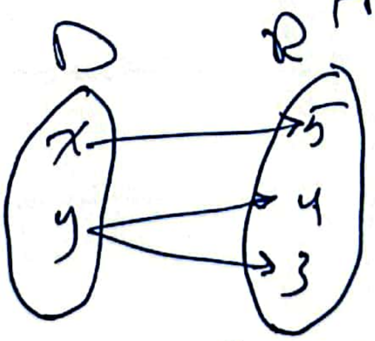
$\therefore$ function

or



not a function

لان العنصر (9) يخرج منه اكثر من سهم



not a function

③ ordered pairs الازواج المرتبة

ex) ⓐ $\{(1,4), (2,5), (3,6), (4,7)\}$

domain = 1 , 2 , 3 , 4 ✓ function

Range = 4 , 5 , 6 , 7

∵ المجال لا يوجد فيه تكرار تعتبر function

ⓑ $\{(1,4), (2,4), (3,4), (5,4)\}$

∵ لا يوجد تكرار في المجال تعتبر function

ⓒ $\{(-3,9), (-2,4), (0,0), (1,1), (-3,8)\}$

domain = $\underline{-3}$, -2 , 0 , 1 , $\underline{-3}$

لوجود تكرار في المجال not a function

---

ex) $x^2 + y^2 = 25$ function or not

$y^2 = 25 - x^2$

$y = \pm\sqrt{25 - x^2}$

$x = 4 \Rightarrow y = \pm\sqrt{25-16} \Rightarrow y = \pm\sqrt{9} = \pm 3$

$x = 4 \begin{cases} \to 3 \\ \to -3 \end{cases}$ not a function

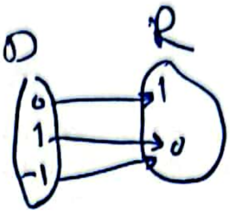
لانه x اعطت اكثر من قيمة

ex) ① $x^2+y=1 \Rightarrow y=1-x^2$

if $x=0 \Rightarrow y=1$

$x=1 \Rightarrow y=0 \Longrightarrow$

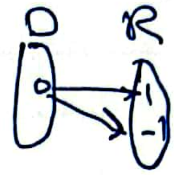
$x=-1 \Rightarrow y=0$



∴ It's a function

② $x+y^2=1 \Rightarrow y^2=1-x \Rightarrow y=\pm\sqrt{1-x}$

if $x=0 \Rightarrow y=\pm 1 \Longrightarrow$



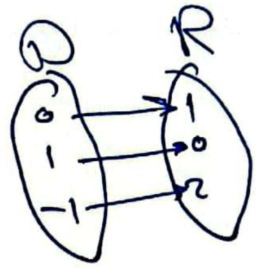
∴ It's not a function

③ $x+y=1 \Rightarrow y=1-x$

if $x=0 \Rightarrow y=1$

$x=1 \Rightarrow y=0 \Longrightarrow$

$x=-1 \Rightarrow y=2$



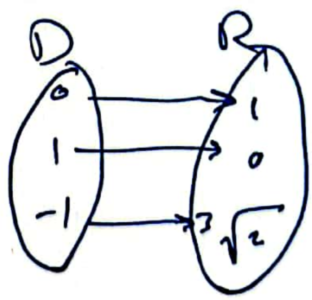
∴ It is a function

④ $y^3+x^3=1 \Rightarrow y^3=1-x^3 \Rightarrow y=\sqrt[3]{1-x^3}$

if $x=0 \Rightarrow y=1$

$x=1 \Rightarrow y=0$

$x=-1 \Rightarrow y=\sqrt[3]{2}$



∴ It is a function

* عندما يكون اس y زوجي تعتبر المعادلة لا تمثل داله .

①

Function and their graphs رسم الدوال

graphs of functions

if f its a function with Domain D, its graph consists of the points in the cartesian plane whose coordinates are the input–output points for f. In set notation, the graph is

$$\{(x, f(x)) \mid x \in D\}$$

ie

(x, y) زوج مرتب

متغيرات $\underbrace{y = x + 1}$ $\Longrightarrow$ ايه الـ y هي دالة لـ (x)

$y \Rightarrow$ متغير معتمد

$x \Rightarrow$ متغير مستقل

للرسم الدوال

١- نجد Domain مجال الدالة

٢- نجد نقاط التقاطع مع المحورين

٢-١- ايجاد نقاط التقاطع مع المحور (x) نجعل قيمة (y) تساوي صفر ونعوضها في الدالة لايجاد قيمة (x)

ie $\Rightarrow (x, 0)$

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

④

ب- لايجاد نقاط التقاطع مع محور (y) فنجعل قيمة (x) تساوي صفر لايجاد قيمة (y)

is $(0, y)$

ج- نختار مجموعة من النقاط من ضمن مجال الدالة ونعوضها في الدالة الاصلية لايجاد الـ 2 زوج مرتب (x, y)

ex) graph the function $y = x^2$

sol) $D: \mathbb{R}$ — منحنى محدود

intersection points نقاط التقاطع

with x-axis

let $y = 0$

$y = x^2$

$0 = x^2 \Rightarrow x = 0$

$\therefore (0, 0)$

with y-axis

let $x = 0$

$y = x^2$

$y = (0)^2 \Rightarrow y = 0$

$\therefore (0, 0)$

اي انه هذه الدالة تمتلك نقطة تقاطع واحد مع المحورين اي تمر بنقطة الاصل

توضيح

* هل الدالة خط مستقيم او خط منحني

if $y^0 = x^0 + 9$

اذا كانت الاس لـ x و y يساوي (1) فهو خط مستقيم

$y = x^2$ منحني

$y^2 = x + 1$ منحني

$y = \sqrt{x}$

$y = x^{\frac{1}{2}}$ منحني

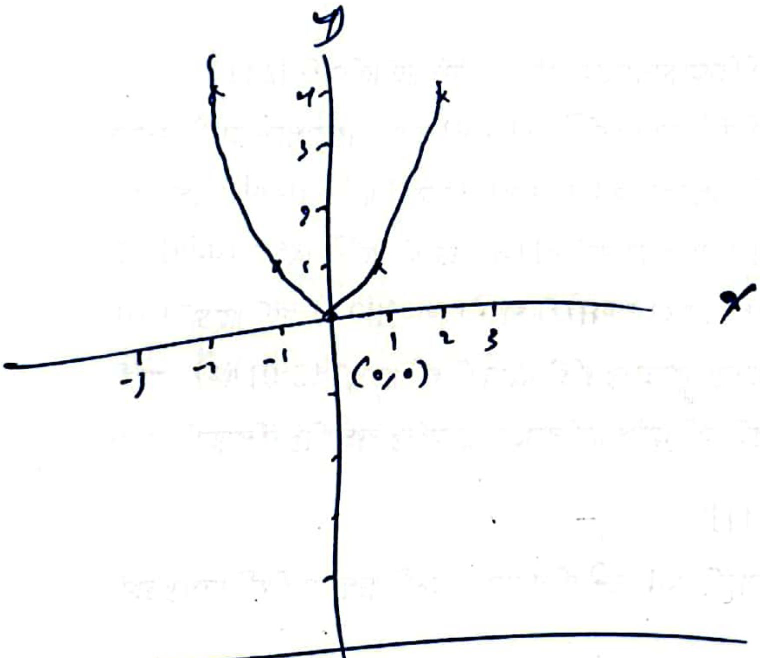
* هل الدالة خط منحنيا او مستقيم

∴ الاس مختلف للدالة ($y = x^2$)

∴ هي ~~منحنيا~~ منحنى ويمر بنقطة الاصل

الان نختار نقاط ضمن المجال D

x	$y = x^2$	points (x, y)
-2	$y = (-2)^2 = 4$	$(-2, 4)$
-1	$y = (-1)^2 = 1$	$(-1, 1)$
0	$y = (0)^2 = 0$	$(0, 0)$
1	$y = (1)^2 = 1$	$(1, 1)$
2	$y = (2)^2 = 4$	$(2, 4)$



ex) graph the function

$$y = x^2 + 4x + 3$$

Sol $D: \mathbb{R}$

Intersection points with axes نقاط التقاطع

- with x-axis

let $y = 0$

$y = x^2 + 4x + 3$

$0 = x^2 + 4x + 3$

$(x+3)(x+1) = 0$ بالتجربة

$3x$

$1x = 4x$ ✓

$-\ x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

$(-3, 0)$

$-\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

$(-1, 0)$

- with y-axis

let $x = 0$

$y = x^2 + 4x + 3$

$y = 3 \Rightarrow$ ~~(0, 3)~~

$(0, 3)$

- with y-axis

let $x = 0$

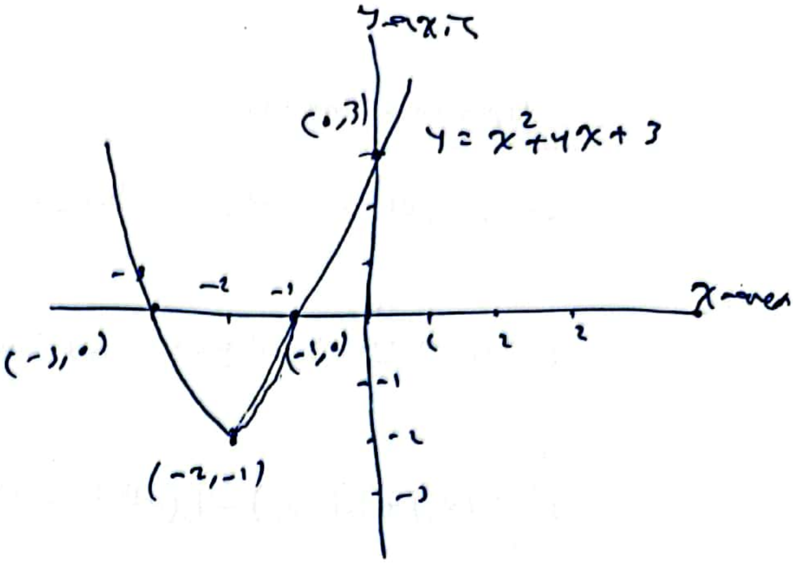
$y = x^2 + 4x + 3$

$y = 0^2 + 4(0) + 3 = 3$

$(0, 3)$

* والدالة عبارة عن خط منحنى

x	$y = x^2+4x+3$	y	Points (x, y)
2	$y = 2^2+4(2)+3 = 15$	15	$(2, 15)$
1	$y = 1^2+4(1)+3$	8	$(1, 8)$
0	$y = 0^2(4)(0)+3$	3	$(0, 3)$
-1	$y = (-1)^2+(4)(-1)+3$	0	$(0, 0)$
-2	$y = (-2)^2+4(-2)+3$	-1	$(-2, -1)$



ex) Graph the function $y = \sqrt{x}$

Sol) $y = \sqrt{x}$

$x \geq 0$

$D: \{x : x \geq 0\}$

x	$y = \sqrt{x}$	points (x, y)
0	$y = \sqrt{0} = 0$	$(0, 0)$
1	$y = \sqrt{1} = 1$	$(1, 1)$
2	$y = \sqrt{2} = \overset{1.4}{\sqrt{2}}$	$(2, \overset{1.4}{\sqrt{2}})$
3	$y = \sqrt{3} = 1.7$	$(3, \overset{\sqrt{3}}{1.7})$
4	$y = \sqrt{4} = 2$	$(4, 2)$

* Intersection points with axis

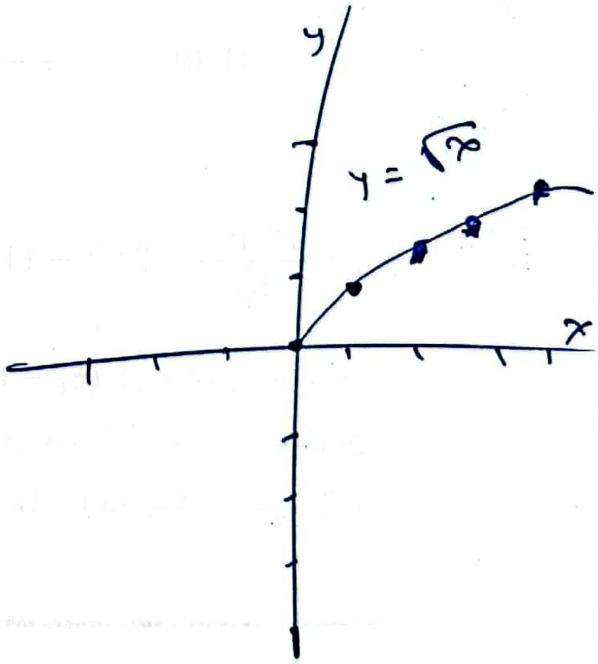
- with x-axis, let $y = 0$

$y = \sqrt{x}$

$0 = \sqrt{x} \Rightarrow x = 0 \Rightarrow (0, 0)$

- with y-axis, let $x = 0$

$y = \sqrt{x} \Rightarrow y = \sqrt{0} = 0 \Rightarrow (0, 0)$



⑤

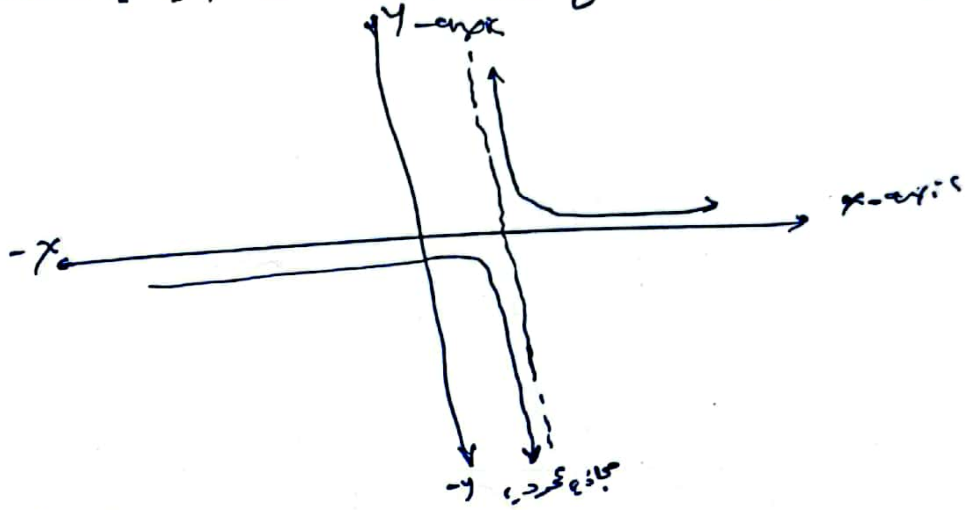
Graphs of functions

رسم الدوال

- Rational functions الدول الكسريه

* رسم الدول الكسريه تتبع نفس الخطوات السابقه بالاضافه الى ايجاد المحاذيات ① المحاذي العمودي ② المحاذي الافقي

* ولايمكن للدالة ان تقطع هذه المحاذيات . الي هي خط وهمي

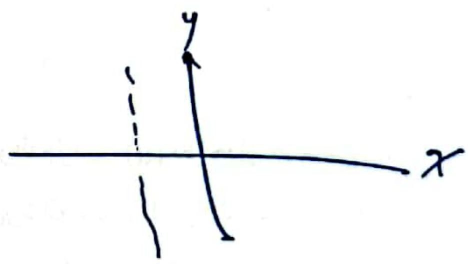


ex) Graph the function $y = \frac{2}{1+x}$

Vertical Asymptote المحاذي العمودي

هو القيم التي تجعل المقام يساوي صفر

$1+x=0 \Rightarrow \boxed{x=-1}$



$y = \frac{2}{1+x} \Rightarrow 1+x = \frac{2}{y}$

$x = \frac{2}{y} - 1$

$x = \frac{2-y}{y} \Rightarrow \boxed{y=0}$

هذا المحاذي الافقي

or

or

Horisontal Asymptote المحاذي الافقي

اذا كان اس المتغير x في البسط لا يساوي اس المتغير في المقام

$$y = 0$$

اذا كان اس المتغير x في البسط يساوي اس المتغير x في المقام

$$y = \frac{\text{معامل } x \text{ في البسط}}{\text{معامل } x \text{ في المقام}}$$

$$y = \frac{2}{1+x} \xRightarrow{\text{لايجاد } D} 1+x=0 \Rightarrow x=-1$$

$$D: \mathbb{R}/\{-1\}$$

- Asymptote المحاذيات

المحاذي العمودي

$$x+1=0 \Rightarrow \boxed{x=-1}$$

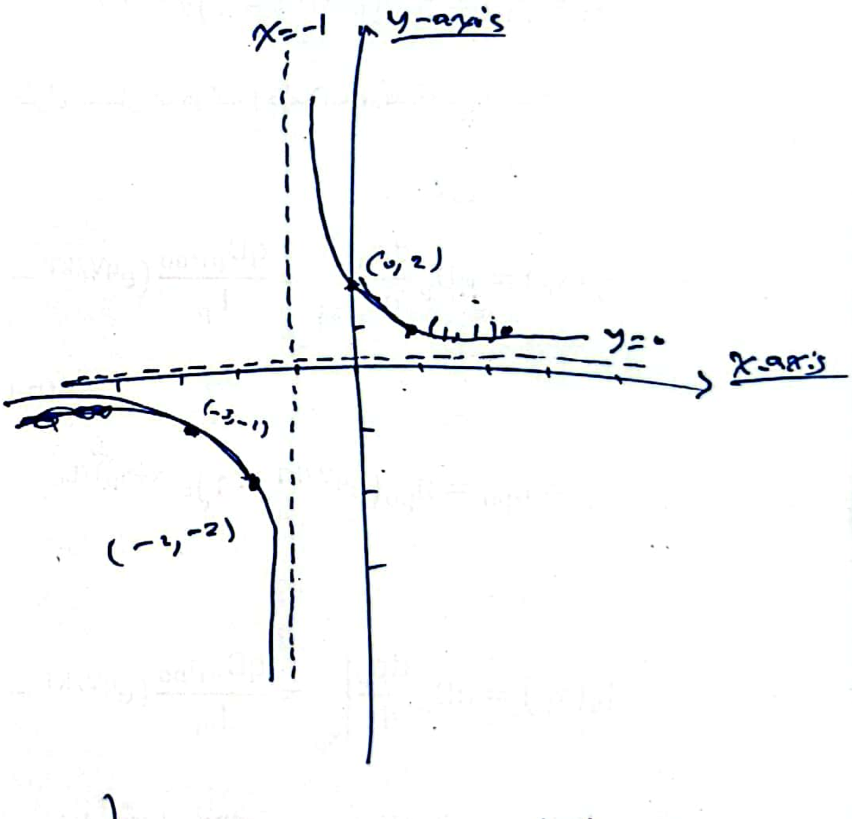
المحاذي الافقي

معامل x في البسط

$$y = \frac{0}{1} = 0 \Rightarrow \boxed{y=0}$$

معامل x في المقام

(معادلة المحور x)



- نقاط التقاطع مع المحورين

Intersection points

- with y-axis, let $x=0$

$$y = \frac{2}{1+0} = \frac{2}{1} = 2$$

$(0, 2)$

- with x-axis, let $y=0$

$$0 = \frac{2}{1+x} \Rightarrow 2 \neq 0$$

لا يوجد محاذية

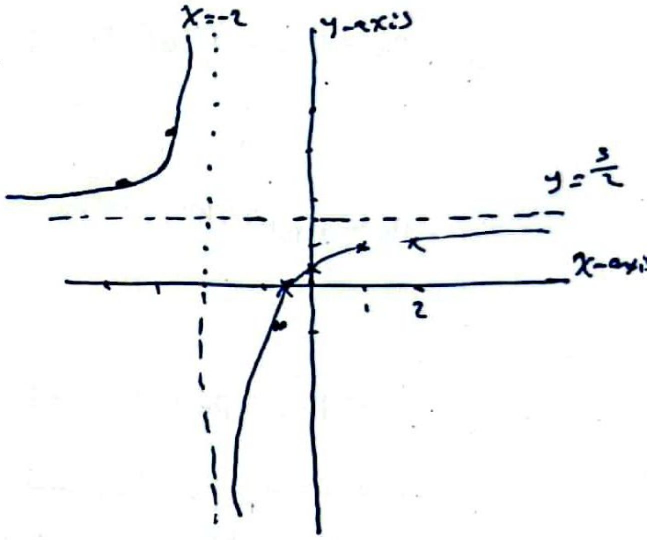
④

x	$y = \frac{2}{1+x}$	(x, y) points
-2	$y = \frac{2}{1+(-2)} = -2$	$(-2, -2)$
0	$y = \frac{2}{1+0} = 2$	$(0, 2)$
1	$y = \frac{2}{1+1} = 1$	$(1, 1)$
2	$y = \frac{2}{1+2} = \frac{2}{3}$	$(2, \frac{2}{3})$
-3	$y = \frac{2}{1+(-3)} = -1$	$(-3, -1)$

---

ex) Graph the function $y = \dfrac{2+3x}{4+2x}$

Sol) $4 + 2x = 0 \Rightarrow 2x = -4 \; (\div 2) \Rightarrow \boxed{x = -2}$



· $D: \{R / -2\}$

- Asymptote المحاذيات

- العمودي

$4 + 2x = 0 = 2x = -4 \Rightarrow \boxed{x = -2}$

- الأفقي $\Rightarrow$ $\boxed{y = \dfrac{3}{2}}$ ← معامل x بالبسط / معامل x بالمقام

- Intersection points نقاط التقاطع

with x-axis, let $y = 0$

$0 = \dfrac{2+3x}{4+2x} \Rightarrow 2+3x = 0$

$3x = -2 \Rightarrow x = \dfrac{-2}{3}$

$\therefore \left(\dfrac{-2}{3}, 0\right)$

with y-axis, let $x = 0$

$y = \dfrac{2+0}{4+0} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

$\left(0, \dfrac{1}{2}\right)$

4

x	$y = \frac{2+3x}{4+2x}$	(x, y)
2	$y = \frac{2+3(2)}{4+2(2)} = 1$	$(2, 1)$
1		$(1, 0.82)$
0		$(0, 0.5)$
-1		$(-1, -0.5)$
-3		$(-3, 3.5)$
-4	$y = \frac{?}{?} = \frac{5}{2}$	$(-4, 2.5)$

- Piecewise-Defined Function

الدوال المتشعبة
او الدوال المتقطعة
= المجزوءة

sometimes a function is discribed by using different formulas on different parts of its ~~domain~~ domain. one example is the absolute value function.

* أي ممكنة ان توصف الدالة في بعض الاحيان بصيغ مختلفة على اجزاء مختلفة من المدى الخاص بها ومن الامثلة عليها دوال القيمة المطلقة.

i.e
$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

ex

① $f(x) = y$

$y_1 = x \;,\; x \geq 0$

$y_2 = -x \;,\; x < 0$

ex

② $$y = f(x) = \begin{cases} 1-x \;, & -1 \leq x < 0 \\ x^2 \;, & 0 \leq x < 2 \\ -1 \;, & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

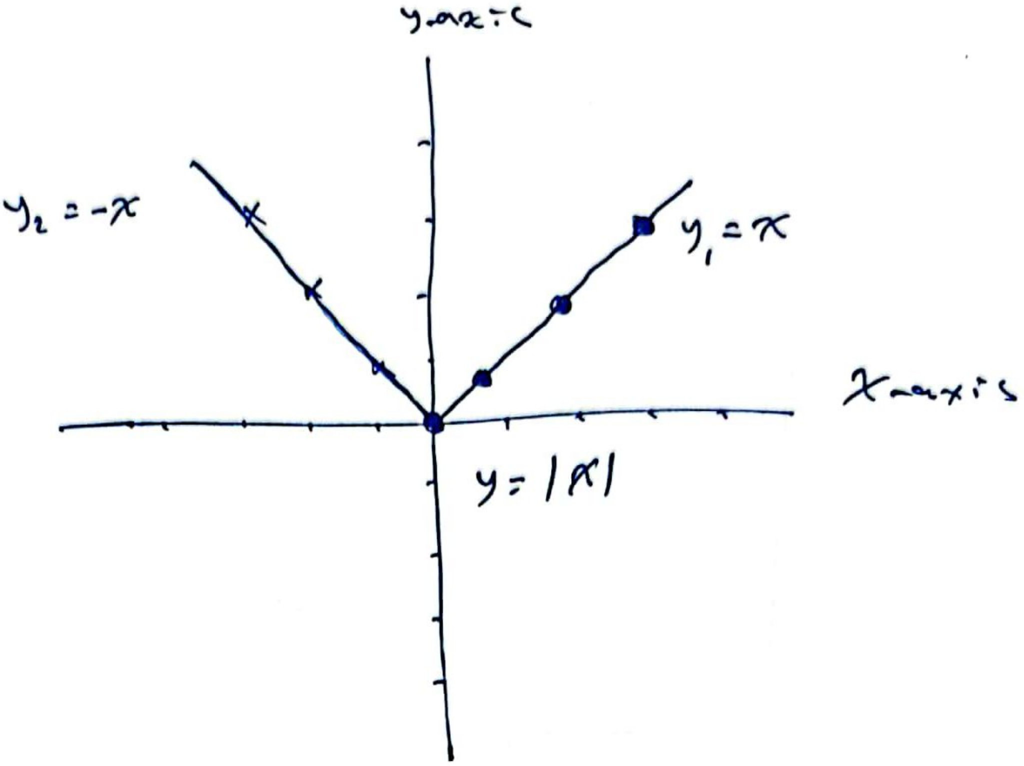
Sol

① $f(x) = y \Rightarrow y_1 = x \;,\; x \geq 0 \;,\; y_2 = -x \;,\; x < 0$

x	$y_1 = x$	(x, y)
0	$y_1 = 0$	$(0, 0)$
1	$y_1 = 1$	$(1, 1)$
2	$y_1 = 2$	$(2, 2)$
3	$y_1 = 3$	$(3, 3)$

x	$y_2 = -x$	(x, y)
0 فجوة	$y_2 = 0$	$(0, 0)$ فجوة
-1	$y_2 = -(-1) = 1$	$(-1, 1)$
-2	$y_2 = -(-2) = 2$	$(-2, 2)$
-3	$y_2 = -(-3) = 3$	$(-3, 3)$

①



② $$f(x)=\begin{cases}1-x, & -1 \le x < 0\\ x^2, & 0 \le x < 2\\ -1, & 2 \le x \le 3\end{cases} \Longrightarrow$$

$y_1 = 1-x, \quad -1 \le x < 0$

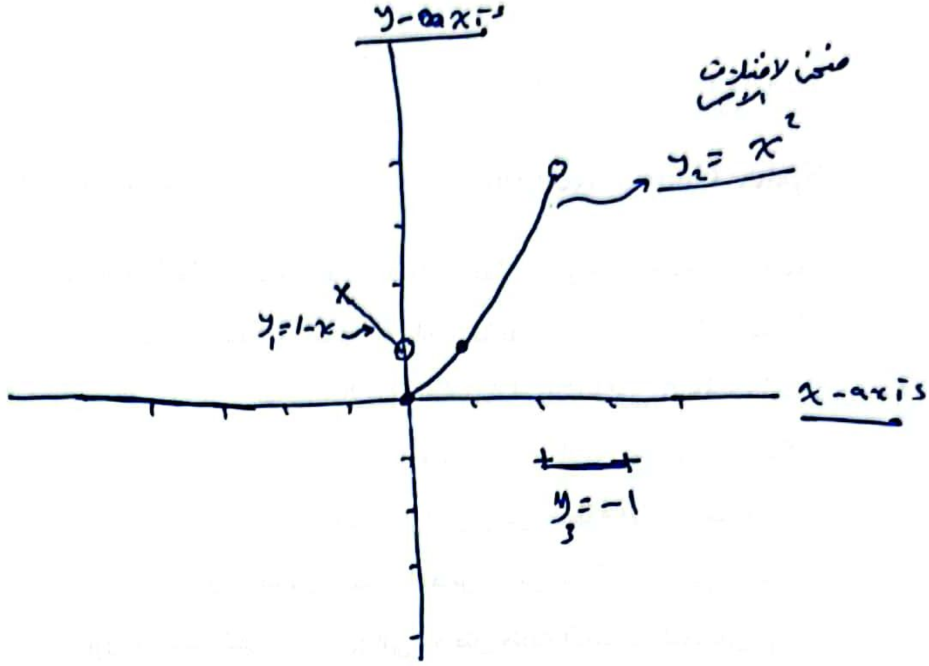
$y_2 = x^2, \quad 0 \le x < 2$

$y_3 = -1, \quad 2 \le x \le 3$

x	$y_1=1-x$	(x,y)
فجوة 0	$y_1=1-0=1$	$(0,1)$ فجوة لانه لا تشمل بل اقل
-1	$y_1=1-(-1)=2$	$(-1,2)$

x	$y_2=x^2$	(x,y)
0	$y_2=0^2=0$	$(0,0)$
1	$y_2=1^2=1$	$(1,1)$
فجوة 2	$y_2=2^2=4$	$(2,4)$ فجوة

x	$y_3=-1$	(x,y)
2	$y_3=-1$	$(2,-1)$
3	$y=-1$	$(3,-1)$



H.W

① $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x \geq 0 \\ x^2+2x+7, & x < 0 \end{cases}$

② $f(x) = \begin{cases} x^{\frac{2}{3}}, & x \geq 0 \\ x^{\frac{1}{3}}, & x < 0 \end{cases}$

- Exponential Functions الدوال الأسية

Exponential functions is a functions of The form $f(x) = a^x$, where the base $a > 0$, is positive constant and $a \neq 1$, are called exponential function.

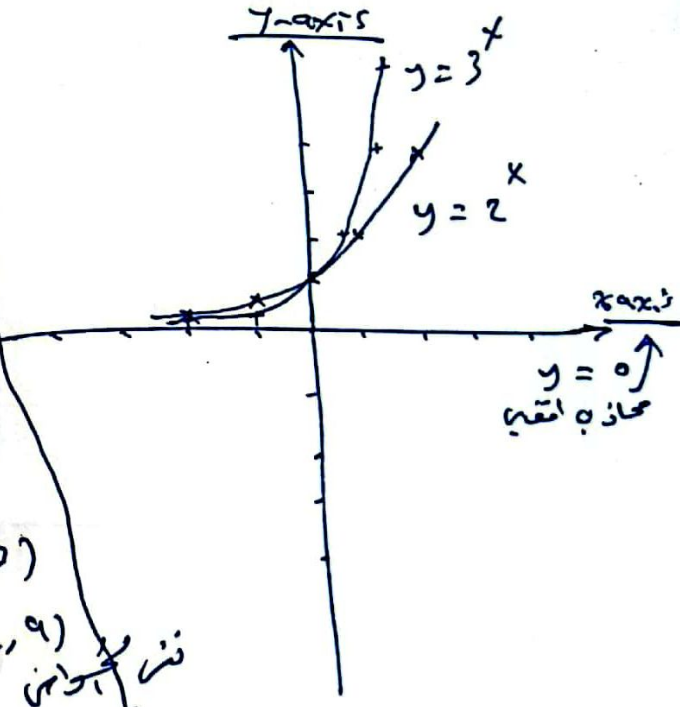
i.e) $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$, $f(x) = y = a^x$

ex) $f(x) = 2^x$

sol) $y = 2^x$

x	$y = 2^x$	(x, y)	if $y = 3^x$ (x, y)
-2	$y = 2^{-2} = \frac{1}{4}$	$(-2, \frac{1}{4})$	$(-2, \frac{1}{9})$
-1	$y = 2^{-1} = \frac{1}{2}$	$(-1, \frac{1}{2})$	$(-1, \frac{1}{3})$
0	$y = 2^0 = 1$	$(0, 1)$	$(0, 1)$
1	$y = 2^1 = 2$	$(1, 2)$	$(1, 3)$
2	$y = 2^2 = 4$	$(2, 4)$	$(2, 9)$

نرسم المنحنى



* مميزات / الدالة

Domain $= (-\infty, +\infty)$

Range $= (0, +\infty)$

نقاط التقاطع
Intersection point with axis

with x-axis لا يوجد تقاطع

with y-axis

$(0, 1)$ نقطة تقاطع مع y

- Asymptotes المحاذيات

Horizontal Asymptote محاذي أفقي

$f(x) = a^x \quad , \quad a > 0 \quad , \quad a \neq 1$

properties of exponential functions:

1. Domain: $(-\infty, +\infty)$
2. Range $= (0, +\infty)$
3. Intersection with Axis:
   a- No intersect with x-axis
   b- intersect with y-axis at point $(0,1)$
4. Function has horisntal Asymptote $(y=0)$

دالة متزايدة

5. it's increasing function $(a>1)$

تحتوي

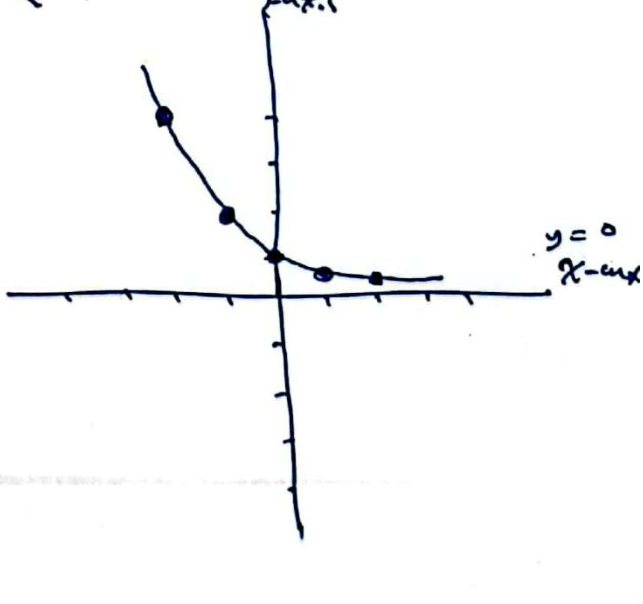
6. Graph contain the folloing points
   $(0,1)$, $(1,a)$, $(-1,\frac{1}{a})$ ex $f(x)=4^x$
   $(0,1)$, $(1,4)$, $(-1,\frac{1}{4})$

---

ex) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad , \quad 0 < a < 1$

الحل

x	$y=(\frac{1}{2})^x$	(x,y)
-2	$y=(\frac{1}{2})^{-2}=4$	$(-2,4)$
-1	$y=(\frac{1}{2})^{-1}=2$	$(-1,2)$
0	$y=(1/2)^0=1$	$(0,1)$
1	$y=(1/2)^1=\frac{1}{2}$	$(1,\frac{1}{2})$
2	$y=(1/2)^2=\frac{1}{4}$	$(2,\frac{1}{4})$



- Domain $= (-\infty, +\infty)$

Range $= (0, +\infty)$

- تتقاطع with y-axis

$(0, 1)$

- الخطوط المقاربة
Horisantal Asymptote

$y = 0$

- decressing function
دالة متناقصة

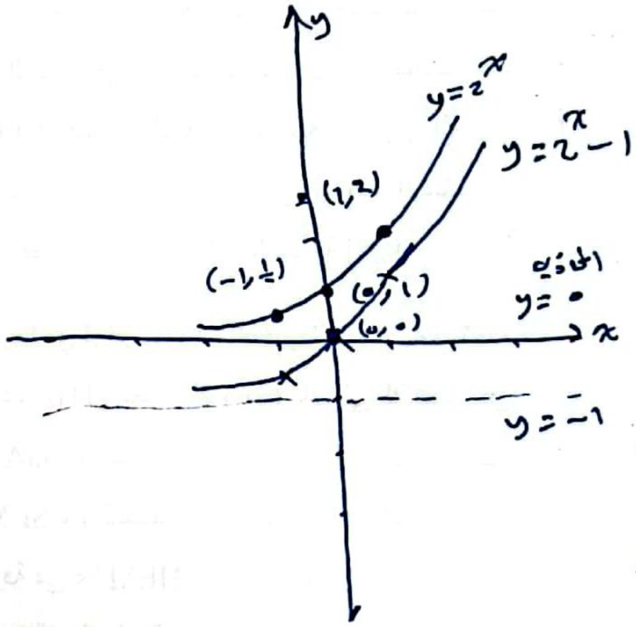
Ex) $y = 2^x - 1$

Sol) $y = 2^x - 1$

if $y = 2^x$

$(0,1), (1, a), (-1, \frac{1}{a})$

النقاط $(0,1), (1,2), (-1, \frac{1}{2})$



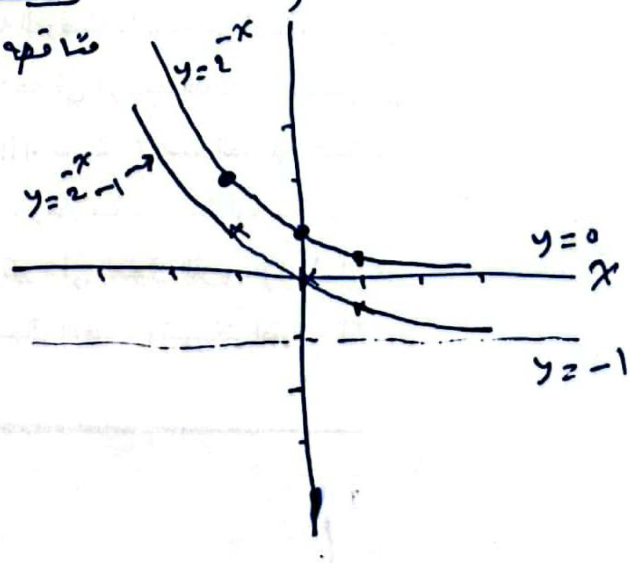
---

ex) $y = 2^{-x} - 1$, $\boxed{(2^{-1})^x = (\frac{1}{2})^x}$

$\therefore y = (\frac{1}{2})^x - 1 \Rightarrow 0 < a < 1$ متناقصة

$\frac{1}{2}$

النقاط $(0,1)$ $(1, \frac{1}{2})$, $(-1, 2)$



Hw $y = 3^x + 2$ and $y = 3^{-x} + 2$

(15)

- Logarithmic function $\log(x)$ اللوغارتمي الاعتيادي

- Natural logarithm function $\ln(x)$ اللوغارتيم الطبيعي

Logarithmic functions. The logarithm function with base $\underline{a}$, $y = \log_a x$, is the inverse of the base $\underline{a}$ exponential function.

قيمة اللوغارتيم $\rightarrow y = \log_a x \leftarrow$ العدد الذي نجد له اللوغارتم

a ← الاساس

* وجود دالة عكسية للدالة الاسية

$$y = \log_a x \Rightarrow x = a^y \quad , \quad a \neq 1,\ a > 1$$

(Ex) $\log_5 125 = 3$, $\log_7 49 = 2$, $\log_3 x = 4$, $\log_x 64 = 6$

Sol)

$\log_5 125 = 3$ → $125 = 5^3$

$\log_7 49 = 2$ → $49 = 7^2$

$\log_3 x = 4$ → $x = 3^4$, $x = 81$

$\log_x 64 = 6$ → $64 = x^6$, $2^6 = x^6$, $x = 2$

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$64 = 2^6$

* Rules for base a logarithms

- For any numbers $x > 0$ and $y > 0$

1- Product Rule:

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y, \quad \log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$$

2- Quotient Rule:

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$ والعكس صحيح

3- Reciprocal Rule:

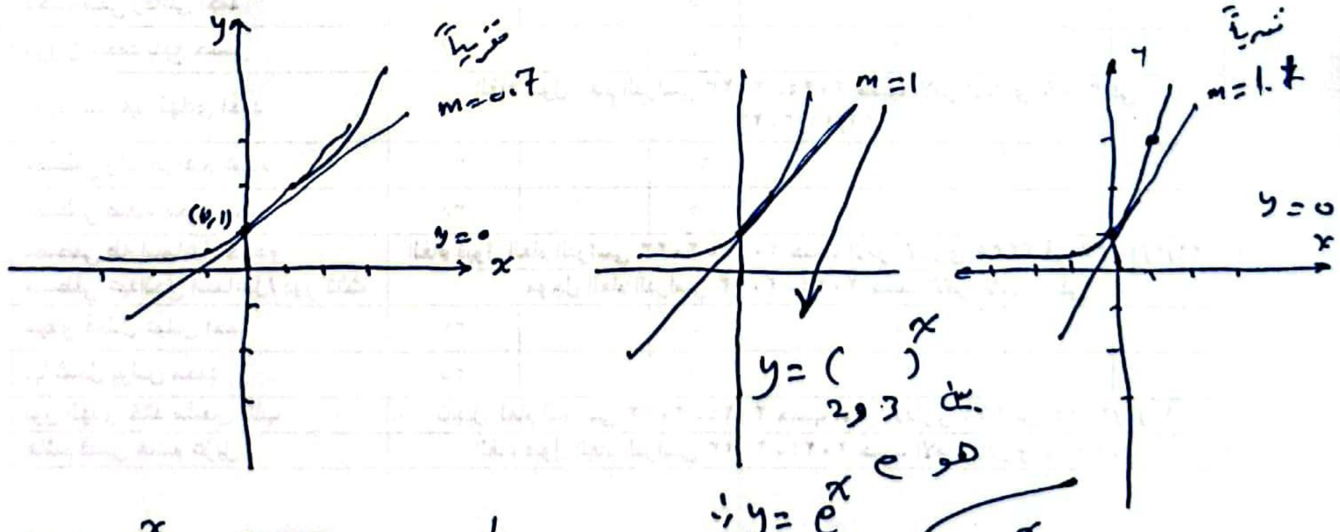
$$\log_a \frac{1}{y} = \log_a y^{-1} = -\log_a y$$

4- Power Rule:

$$\log_a x^y = y \log_a x$$

توضيح للـ e

if, $y = 2^x$, $y = 3^x$



$y = 2^x$, $a = 2$

$(0,1), (1,2), (-1, \frac{1}{2})$

$\therefore y = e^x$

$e = 2.71\ldots$

$y = 3^x$, $a = 3$

$(0,1), (1,3)\ (-1, \frac{1}{3})$

* The function $y = \ln x$ is called natural logarithm function

$y = \ln x$, natural logarithm

- Algebraic properties of the Natural logarithm

For any numbers $b > 0$ and $x > 0$, The natural logarithm satisfies the following rules :-

1- product Rule: $\ln bx = \ln(b) + \ln(x)$

2- Quotient Rule: $\ln \frac{b}{x} = \ln(b) - \ln(x)$

3- power Rule: $\ln x^r = r \ln(x)$

4- Reciprocal Rule: $\ln\left(\frac{1}{x}\right) = \ln(x^{-1}) = -\ln(x)$

* العلاقة بين ln and log

$y = \log_a x \Rightarrow a^y = x$ $* \ln$

$\ln a^y = \ln x \Rightarrow y \ln a = \ln x$ $\div \ln a$

$\therefore y = \frac{\ln x}{\ln a}$

$\therefore \boxed{\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}}$

$\log_e x = \frac{\ln x}{\ln e}$

$\boxed{\log x = \ln x}$

و $\boxed{\ln e = 1}$ $\boxed{\log 10 = 1}$

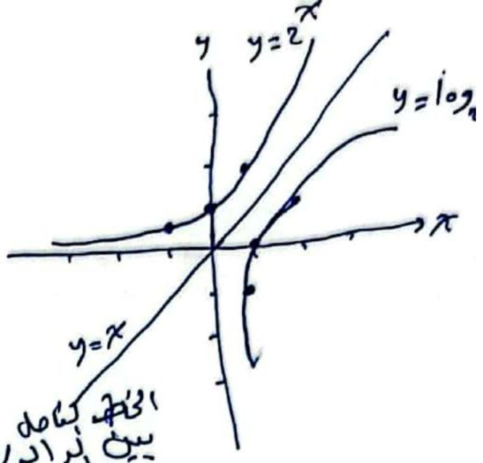
$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$, $\log_e x$ و $\boxed{e = 2.718...}$

* اي لوغاريتم لا يذكر الاساس فان الاساس (10)

(18)

عكس الدالة الاسية $\boxed{x = 2^y}$

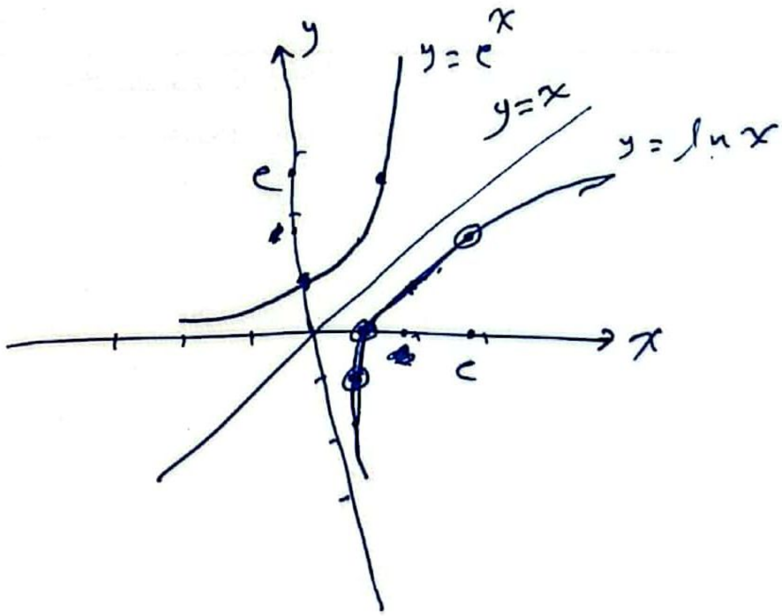
$y = 2^x$	$y = \log_2 x$
$(0,1)$, $(1,2)$, $(-1,\frac{1}{2})$	$(1,0)$, $(2,1)$, $(\frac{1}{2},-1)$
	تبديل x و y : $(2,1)$, $(\frac{1}{2},-1)$
المحاذي $(y=0)$ x-axis	المحاذي $(x=0)$ y-axis
Domain : $(-\infty,+\infty)$	Domain : $(0,+\infty)$
Range : $(0,+\infty)$	Range : $(-\infty,+\infty)$



الخط $y=x$ يفصل بين الدالة الاسية والدالة اللوغاريتم

$y = \ln x$

الدالة الاسية $y = e^x$, $e = 2.718...$	$y = \ln x$
$(1,0)$, $(1,e)$, $(-1,\frac{1}{e})$	$(0,1)$, $(e,1)$, $(\frac{1}{e},-1)$
المحاذي x-axis $\boxed{(y=0)}$	المحاذي y-axis $\boxed{(x=0)}$
	Domain : $(0,+\infty)$
	Range : $(-\infty,+\infty)$



- Power functions VS
- Exponential functions

$\boxed{a^{r}}$ → power/exponent

a ↓ Base

- $f(x) = x^{r}$ ⟶ porer functions
- $g(x) = a^{x}$ ⟶ Exponentiak functions

Power functions

$$f(x) = k\,x^{r}, \quad k \neq 0$$

where x..... and r.....

$$f(x) = x^{r}$$

I. 'r' is any real number $\Rightarrow x > 0$

- $r = \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ $\boxed{x \geq 0}$
- $r = 0 \Rightarrow f(x) = x^{0} = 1 \ \forall$ $\boxed{x \neq 0}$
- $r = -n \Rightarrow f(x) = x^{r} = x^{-n} = \frac{1}{x^{n}}$ for $x \neq 0$

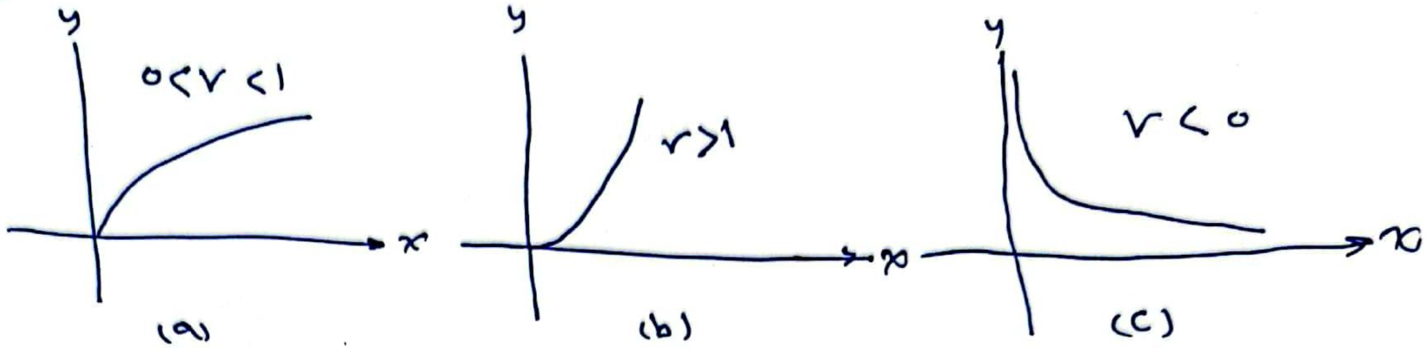
- Graphs of power Functions

$$f(x) = x^{r}$$

where $x > 0$, and r is any realnumber

- graph lies in the first quadrant
- The shape of the graph depends crucially on the value of r

②

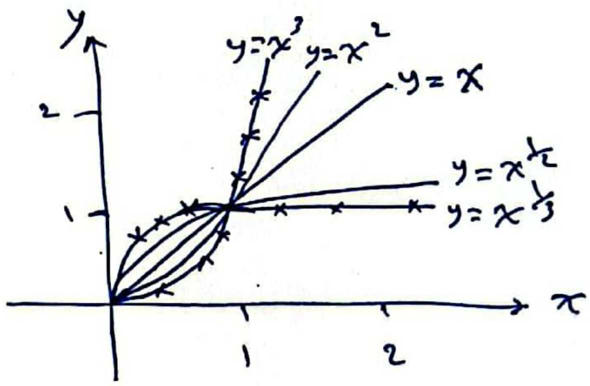


$$\boxed{y = x^r}$$

* Note: $f(1) = 1^r = 1$

i.e. The graph of the function passes through $(1,1)$ in the xy-plane

- $r > 0$

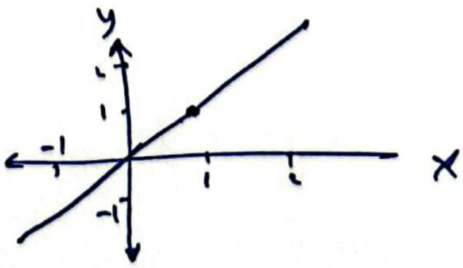


2- r is a positive integer –

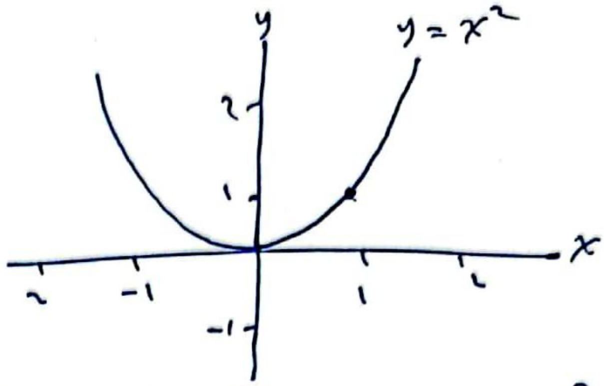
$f(x) = x^r$, (No restrictions on x) قيود

where $r = n$, $(n = 1, 2, 3, 4, 5 \ldots)$

- $n = 1 \Rightarrow y = x$



• $n=2 \Rightarrow y=x^2$



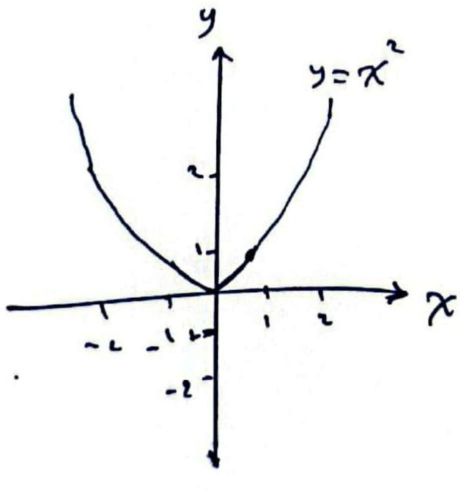
• Graphs pass through the origin for all values of n

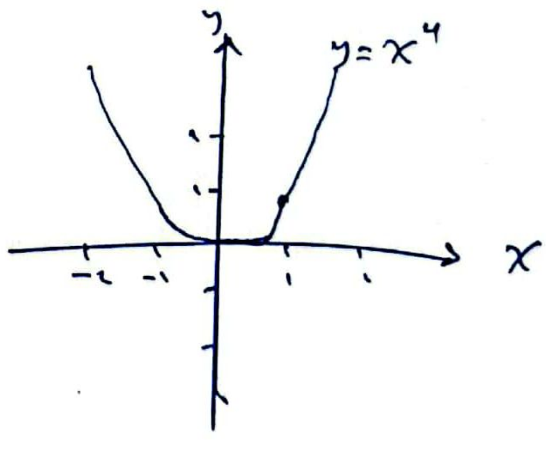
• Note: $f(1) = 1^n = 1$ i.e. $(1,1)$

i.e. the graph of the function passes through $(1,1)$ in the xy-plane.

- even integer (n)

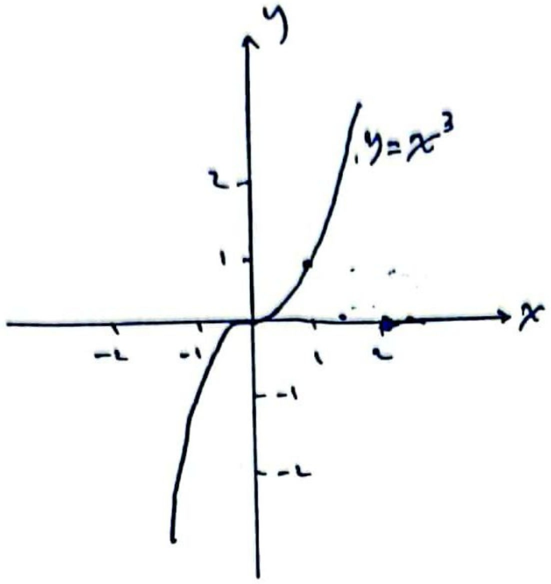
$$f(x) = x^n \quad (n = 2, 4, 6 \ldots)$$

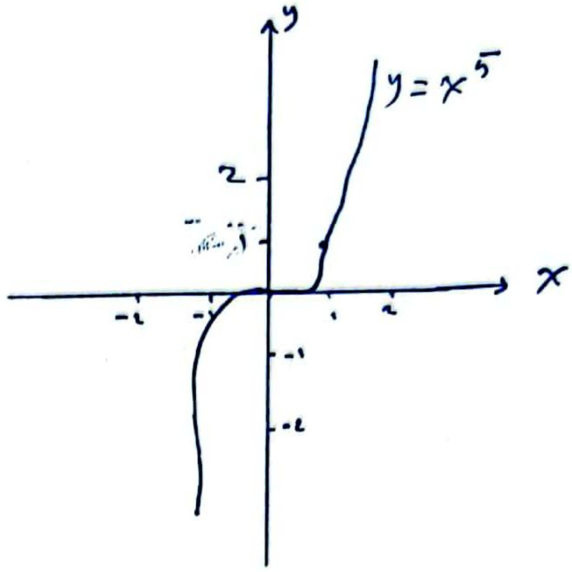




- odd integer (n)

$$f(x) = x^n \quad (n = 1, 3, 5, \ldots)$$





<u>n even</u>	<u>n odd</u>
- graph of $y=x^n$ has The same general shape as That of $y=x^2$.	- graph of $y=x^n$ has The same general shape That of $y=x^3$.
- function $f(x)=x^n$ is even i.e. symmetric about the y-axis.	- function $f(x)=x^n$ is odd i.e. symmetric about the origin.
- graph pass through $(-1,1)$	- graphs pass through $(-1,-1)$

- As n increases, the height of the graph becomes smaller over the interval $-1 \le x \le 1$ (except at $x=0$ where the heights are equal) but larger over the intervals $x>1$ and $x<-1$.

e.g. $f(x) = x^n$

Suppose, $x = 0.1$, then as $n\uparrow$, $x^n \downarrow$

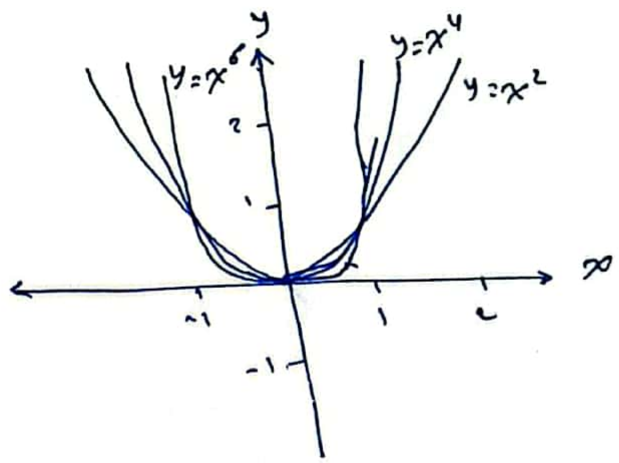
$(0.1)^2 = 0.01$, $(0.1)^4 = 0.0001$

Suppose, $x = -0.1$, then as $n\uparrow$, $|x^n| \downarrow$

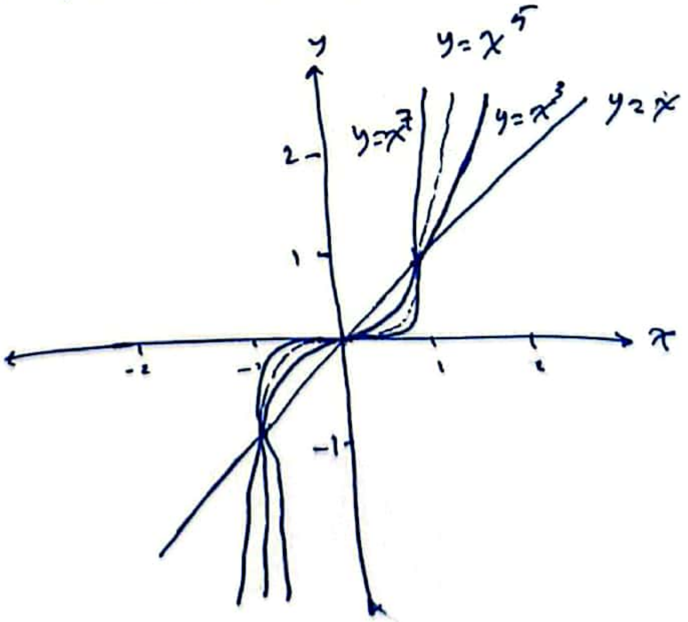
e.g. $|(-0.1)^3| = 0.001$

$|(-0.1)^5| = 0.00001$

- Graphs: $y = x^n$ (n even)



- Graphs: $y = x^n$ (n odd)



⑥

Exponential functions الدرس الأول / الثاني — عربي

$$f(x) = c\,a^{x}$$

c : is an intial value

a : base, growth factor معامل النمو

$a > 0$, $a \neq 1$, $c \neq 0$

if $f(0) = c a^{0} = c \cdot 1 = c$

$\therefore f(0) = c$, ~~There fore~~ Therefor c is intial value.

__Theorm:__ $\frac{f(x+1)}{f(x)} = a \Rightarrow f(x+1) = a f(x)$

$a > 0$, $a \neq 1$, $c \neq 0$

__ex)__ Determine whether the given functions liner, exponential or neither, and find the liner and exponential functions.

* average rate of change: (الميل) slope معدل التغير
* Ratio of consecutive outputs: معدل مخرجات المتتابعة $\left(\frac{y_2}{y_1}\right)$

ⓐ

x	y	slope $= \frac{\Delta y}{\Delta x}$	Ratio
-1	5	$= \frac{2-5}{0+1} = -3$	$= 2/5$
0	2	$= \frac{-1-2}{1-0} = -3$	$= -1/2$
1	-1	$= \frac{-4+1}{2-1} = -3$	$= -4/-1 = 4$
2	-4	$= \frac{-7+4}{3-2} = -3$	$= -7/-4 = 7/4$
3	-7		

ملاحظة اذا نتائج الميل متساوية فخطية

اذا معدل المخرجات متساوي اسية

واذا لا يعتبر لا خطية ولا اسية

It is a liner function

(a)

$m = -3$

معادلة الميل $y = mx + b$

لإيجاد b
نأخذ احد النقاط $(0, 2)$

$2 = -3(0) + b$

$b = 2$

$\therefore \boxed{y = -x + 2} \Rightarrow f(x) = 3x + 2$

(b)

x	y	slope $= \frac{\Delta y}{\Delta x}$	Ratio
-1	32	$= \frac{16-32}{1} = -16$	$= \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$
0	16	$= \frac{8-16}{1-0} = -8$	$= \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$
1	8	$= \frac{4-8}{2-1} = -4$	$= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
2	4	$= \frac{2-4}{3-2} = -2$	$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
3	2		

It is an exponential function

$f(x) = c\,a^x$

النسبة المتكررة بالجدول $a = \frac{1}{2}$

القيمة الأولية $f(0)$ $c = 16$

$\therefore f(x) = 16\left(\frac{1}{2}\right)^x$

(8)

(c)

x	y	slope $=\frac{\Delta y}{\Delta x}$	Ratio
-1	2	$=\frac{4-2}{0+1}=\frac{2}{1}$	$\frac{4}{2}=2$
0	4	$=\frac{7-4}{1-0}=\frac{3}{1}$	$\frac{7}{4}$
1	7	$=\frac{11-7}{2-1}=\frac{4}{1}$	$\frac{11}{7}$
2	11	$=\frac{16-11}{3-2}=\frac{5}{1}$	$\frac{16}{11}$
3	16		

It is not a limer function

also It is not an exponential function

It is neither liner nor exponential

(4)

~~Power function~~

~~laws of exponential $a, b, s, t \in R$, $a > 0$, $b > 0$~~

- Solve Exponential function

if $a^u = a^v$, then $u = v$

ex) Solve (a) $3^{x+1} = 81$

$$3^{x+1} = 3^4$$

3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$\therefore x + 1 = 4 \Rightarrow x = 4 - 1$

$\boxed{x = 3}$ ~~$3^{3+1} = 81$~~

(b) $4^{2x-1} = 8^{x+3}$

Sol) $4^{2x-1} = 8^{x+3}$

$$(2^2)^{2x-1} = (2^3)^{x+3}$$

$$2^{4x-2} = 2^{3x+9}$$

$\therefore 4x - 2 = 3x + 9$

$$4x - 3x = 9 + 2$$

$\boxed{x = 11}$

(1) Ex) Solve $e^{-x^2} = (e^x)^2 \cdot \frac{1}{e^3}$

Sol

$$e^{-x^2} = e^{2x} \cdot e^{-3}$$

$$e^{-x^2} = e^{2x-3}$$

$$\therefore \; -x^2 = 2x - 3$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x+3)(x-1) = 0$$

$x+3=0 \Rightarrow x=-3$

or $x-1=0 \Rightarrow x=1$

The solution is $\{-3, 1\}$