

## نمذجة التغير بالمعادلات الفرقية

يتم التعامل مع متغيرات ومتغيرات حتمية تتغير بتغير دلي متقطع آخر، كالزمن مثلا.

### المتتالية Sequence

هي دالة منطلقها Domain (اي مدخلاتها input) مجموعة الاعداد الطبيعية  $\{1, 2, 3, \dots\}$  ومداها Range (اي مخرجاتها output) مجموعة جزئية من مجموعة الاعداد الحقيقية.

### النظام الدينامي Dynamical system

هو عبارة عن علاقة رياضية بين حدود متتالية.

(-2-)

امثلة:

السب أول خمس حدود للمتتاليات افولدة  
من كل من التفاضل والتكامل

حل:

$$\textcircled{1} \quad a_{n+1} = 2a_n \quad ; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$a_0 = 1$$

الحل:

$$a_1 = 2a_0$$

$$\therefore a_1 = 2(1) = \underline{2}$$

$$a_2 = 2a_1 = 2(2) = 4$$

$$a_3 = 2a_2 = 2(4) = 8$$

$$a_4 = 2a_3 = 2(8) = 16$$

$$a_5 = 2a_4 = 2(16) = \underline{32}$$

امثلة التالفة

-3-

2)  $b_{n+1} = 2b_n + 3$  و  $n = 1, 2, 3, \dots$

$b_0 = 0$

الحل:

$b_1 = 2b_0 + 3 = 2(0) + 3 = 3$

$b_2 = 2b_1 + 3 = 2(3) + 3 = 9$

$b_3 = 2b_2 + 3 = 21$

$b_4 = 2b_3 + 3 = 45$

3)  $c_{n+1} = c_n(c_n + 1)$  و  $n = 1, 2, 3$

$c_0 = 2$

الديترك للطالب

(4-)

امثلة: اكتب الحدود في الرياضيات النظام المركب  
كل من المتتاليات الآتية

$$① A = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$$

الحل:

$$A_{n+1} = 2 + A_n \quad ; \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$A_0 = 1$$

$$② B = \{1, 3, 7, 15, 31, \dots\}$$

الحل:

$$B_{n+1} = 1 + 2B_n \quad ; \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$B_0 = 1 \quad ;$$

(3)  $C = \{2, 4, 16, 256, \dots\}$

الله: يَتْرُكُ وَاجِبَ لِلطَّالِبِ

مثلا

نَحْوُذِي سَهْلٍ فِي نَهْذِيَةِ التَّفْيِيرِ

\* يَحِلُّ نَهْذِيَةُ الْعَرِيدِ مِنَ الظُّوَاهِرِ فِي حَيَاتِنَا وَفَوْقَ الْعُوْذِيَةِ الْآتِيَةِ.

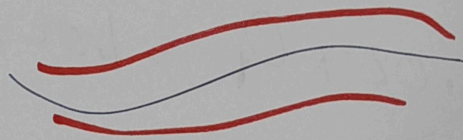
القِيَمَةُ الْمُسْتَقْبَلِيَّةُ = الْقِيَمَةُ الْحَالِيَّةُ + نَهْذِيَةُ  
وَلَكِنَّا هُوَ مَوْضِعٌ فِي الشَّكْلِ الْآتِيِ

Past	الحاضر	المستقبل
الماضي	Present	future
$n - k$	$n$	$n + k$

حيث ان  $k$  اي عدد اكبر من الصفر

مثال:

إذا كانت مقدار الخوف في حجم مجتمع حيوان في بيئة معينة هو 2% لكل عام . فلو كان حجم المجتمع في تلك البيئة 100 حيوان بعد الخوض في الرياضيات  
 اظهر عن تفسير حجم مجتمع الحيوان في تلك البيئة .  
 تم استخدام النموذج للتنبؤ بأعداد هذا الحيوان في تلك البيئة للسنوات الخمس القادمة



الحل: نفرض ان المتغير  $O_n$  يلازم الى حجم مجتمع ذلك الحيوان في تلك البيئة في السنة  $n$   
 وكما واضح من معطيات هذا المثال ان:

حجم مجتمع الحيوان في السنة القادمة = حجمه في السنة الحالية + التفسير

اي ان

$$O_{n+1} = O_n + 0.02 O_n$$

(-7-)

فيكون النموذج الرياضي للنظام المركب المتعلق بهذا المثال هو

$$O_{n+1} = 1.02 O_n \quad ; \quad n \in \mathbb{N}$$

$$O_0 = 100$$

$$O_1 = 1.02 * 100 = 102$$

$$O_2 = 1.02 * O_1 = 1.02 * 102 = 104.04$$

$$O_3 = 1.02 * O_2$$

$$O_4 = 1.02 * O_3$$

$$O_5 = 1.02 * O_4$$

الجدول التالي يبين أعداد الكيوت المتباعدة عنها تلك البيئة للسنوات الخمس القادمة ( بعد تقريبها الى أقرب عدد صحيح )

السنة $n$	أعداد الكيوت $O_n$
0	100
1	102
2	104
3	106
4	108
5	110