المحاضرة الخامسة

رهن البيت :

أشترية بيت بمبلغ C دينار ، ودفع مبلغ اولي مقداره A دينار من قيمة البيت ، وقسط المبلغ المتبقي بأقساط شهرية مقدارها M دينار ، وبفائدة شهرية مقدارها $\alpha\%$.

المطلوب :

1- اكتب النموذج الحركي المعبر عن المبلغ الشهري المطلوب عن هذا البيت

2- جد الكل للنموذج الحركي .

3- جد عدد الاشهر اللازمة لتسديد كامل ثمن البيت

4- جد مجموع المبالغ المدفوعة من قبل المشتري لحين تسديد المبلغ الكلي والناجمة عن الفوائد .

الحل:

١- نفرض ان المتغير b_n يمثل الدين المطلوب من المشتري بعد n من الاشهر من شراء البيت

∴ النموذج الرياضي هو على النحو الآتي

الدين المطلوب في الشهر $n+1$ = الدين المطلوب في الشهر السابق + فائدة الشهر السابق - القسط الشهري

فلو فرضنا ان

$$D = C - A$$

حيث D يمثل المبلغ المتبقي في ذمة المشتري عند الشراء

∴ النموذج الرياضي يكون بالشكل الآتي

$$b_{n+1} = b_n + \alpha b_n - M$$

$$b_0 = D$$

(3.)

$$\left.\begin{aligned} b_{n+1} &= b_n(1+\alpha) - M \\ b_0 &= D \end{aligned}\right\}$$ النموذج الرياضي

نلاحظ ان Δb_n

$$\Delta b_n = b_{n+1} - b_n$$

$$= b_n + \alpha b_n - b_n - M$$ } وبتعويض النموذج 2. اعلاه في المعادلة

$$\Delta b_n = \alpha b_n - M \longleftarrow$$ ينتج

وهذا يعني ان الذي يحدد اتجاه الدين هو الفرق بين المبلغ المضاف والناجم عن الفائدة

$$i_n = \alpha b_n$$

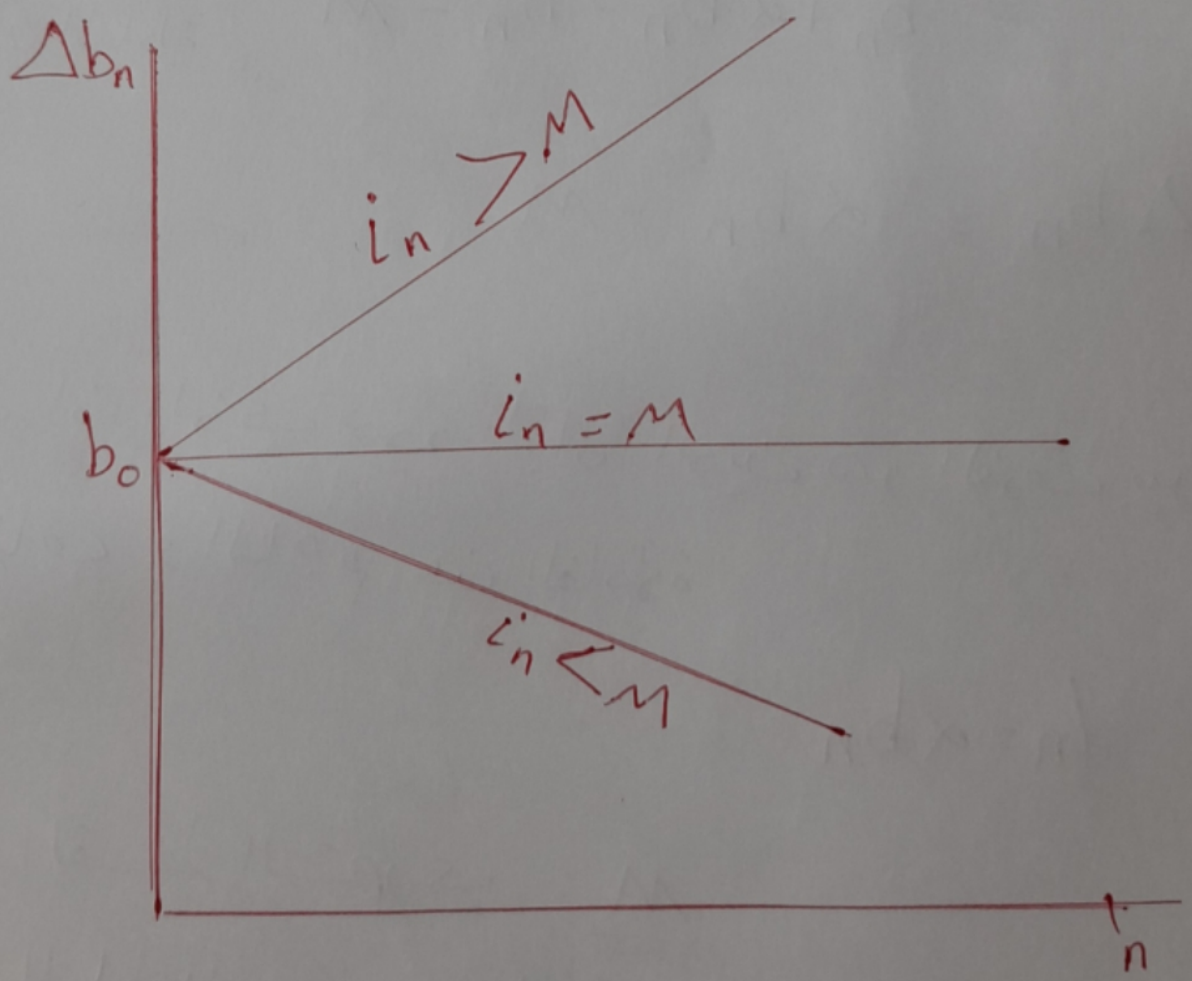
ومقدار القسط الشهري $\underline{\underline{M}}$

فاذا كان المبلغ المضاف والناجم عن الفائدة i_n اكبر من القسط الشهري M فان دين المشتري سوف يزداد باستمرار

وبالنتيجة سوف لا يستطيع المشتري من تسديد الدين الى الابد.

اما اذا كان i_n أقل من M فأن الدين سوف ينتهي بعد مدة محددة من الزمن.

واذا كان $i_n = M$ فأن الدين سوف يبقى كما هو دون زيادة او نقصان.



شكل اتجاه الدين

٢- بمقارنة النموذج السابق في الفرع (١) بالمعادلة التالية

$$a_{n+1} = c_0 + c_1 a_n$$

نجد أنه

$$c_0 = -M \quad , \quad c_1 = 1+\alpha \quad , \quad b_0 = D$$

$\therefore$ أنه $c_1 \neq 1$ ... نستخدم المعادلة

$$a_n = \frac{c_0 (1 - c_1^n)}{1 - c_1} + a_0 c_1^n$$

نحولها إلى المتغير b

$$\therefore b_n = \frac{c_0 (1 - c_1^n)}{1 - c_1} + b_0 c_1^n$$

نعوض

$$b_n = \frac{-M (1 - (1+\alpha)^n)}{1 - (1+\alpha)} + D (1+\alpha)^n$$

$$b_n = \frac{-M + M(1+\alpha)^n}{1 - 1 - \alpha} + D (1+\alpha)^n$$

٣- لإيجاد عدد الأشهر اللازمة لتسديد كامل ثمن البيت نعوض عن

$b_n = 0$ ثم نحل المعادلة في الفرع (٢)

$$0 = \frac{-M + M(1+\alpha)^n}{-\alpha} + D(1+\alpha)^n$$

$$0 = -M + M(1+\alpha)^n - \alpha D(1+\alpha)^n$$

$$0 = -M + (1+\alpha)^n (M - \alpha D)$$

$$(1+\alpha)^n (M - \alpha D) = M$$

$$(1+\alpha)^n = \frac{M}{M - \alpha D}$$ بأخذ $\ln$ الطرفين

$$n \ln(1+\alpha) = \ln\left(\frac{M}{M - \alpha D}\right)$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{M}{M - \alpha D}\right)}{\ln(1+\alpha)}$$

٤- لإيجاد مجموع المبالغ المدفوعة من قبل المشتري لحين تسديد المبلغ الكلي والناجمة عن الفوائد

$$S = \sum_{i=1}^{n} P_i = \sum_{i=} \alpha b_n$$

n : تمثل عدد الأشهر التي دفعت فيها الأقساط