

المحاضرة السادسة

(1)

اضمحلال الراديوم

الراديوم هو عنصر متع وانه نسبة اضمحلاله هي 1% كل 25 سنة. وهذا يعني ان الكمية المتبقية من هذا العنصر في بداية كل 25 سنة تساوي الكمية نفسها في بداية الـ 25 سنة اللاحقة مطروحاً عنها 1% من تلك الكمية.

$\therefore X_0$: تمثل الكمية الابتدائية من الراديوم

X_n : تمثل كمية الراديوم المتبقية بعد $25n$ من السنين

\therefore الخوذج الرياضي لكمية الراديوم بعد $25n$ من السنين

$$X_{n+1} = X_n - 0.01 X_n$$

$$\left. \begin{aligned} X_{n+1} &= 0.99 X_n, n \in \mathcal{N} \\ X_0 &= 100 \end{aligned} \right\} \text{الخوذج}$$

وبمقارنة هذه المعادلة مع المعادلة

$$a_{n+1} = c_0 + c_1 a_n$$

$$\therefore c_1 = 0.99, c_0 = 0$$

$$c_1 \neq 1$$

(-2-)

∴ نستخدم المعادلة

$$a_n = \frac{c_0(1-c_1^n)}{1-c_1} + a_0 c_1^n$$

$$\therefore x_n = \frac{c_0(1-c_1^n)}{1-c_1} + x_0 c_1^n$$

$$= 0.99^n x_0$$

$$\therefore x_n = 0.99^n x_0, n \in \mathbb{N}$$

سؤال: احسب النسبة المئوية المتبقية من كمية الراديوم

من الكمية الابتدائية x_0 بعد 100, 500, 1000, 2000 سنة
4000 سنة

الحل: بما انه كمية الراديوم تفضل 1% بعد كل 25 سنة
∴ نستخدم n من السنين المعطاة

$$n = 1, 2, \dots, 4000$$

$$\therefore \frac{100}{25} = 4 \quad , \quad \frac{500}{25} = 20 \quad , \quad \frac{1000}{25} = 40$$

$$\frac{2000}{25} = 80 \quad \text{و} \quad \frac{4000}{25} = 160$$

∴ لحساب النسبة المئوية لاضعاف الراديو حسب n من السنين

$$X_4 = 0.99^4 = 0.96$$

$$X_{20} = 0.99^{20} = 0.82$$

$$X_{40} = 0.99^{40} = 0.67$$

$$X_{80} = 0.99^{80} = 0.45$$

$$X_{160} = 0.99^{160} = 0.20$$

المدّة الزمنية سنة	100	500	1000	2000	4000
n	4	20	40	80	160
النسبة المئوية من كمية الراديو	96%	82%	67%	45%	20%

(-4-)

العمر النصفى:

العمر النصفى هو الزمن الضروري لتفكك نصف ذرات مادة معينة. أي أن العمر النصفى هو عدد السنين اللازمة للكمية الابتدائية من المادة المتبقية لكي تصبح $\frac{1}{2}$.

فترض أن H هو اصغر عدد صحيح وحيث تكون x_H أقل من نصف الكمية الابتدائية من الراديوم أي أن

$$x_n = 0.99^n x_0$$

$$x_H = 0.99^H x_0$$

$$0.99^H x_0 \leq \frac{1}{2} x_0$$

وبعد قسمة طرفي المتباينة الأخيرة على x_0 نجد أن

$$0.99^H \leq \frac{1}{2}$$

وبأخذ \ln الطرفين

$$H \ln(0.99) \leq \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$H \leq \frac{\ln(0.5)}{\ln(0.99)} = \frac{-0.6931}{-0.0101} = 68.97 \approx 69$$

(-5-)

وطالبا ان الوحدة الزمنية لهذه المادة هي 25 سنة
مفردا يعني بان العمر النصف للراديوم هو حوالي

سنة 1725 و (69) 25

فلو فرضنا ان الكمية الابتدائية من الراديوم كانت 100 غرام
فبعد 1725 سنة سوف يبقى من هذه الكمية 50 غرام
ثم بعد 1725 سنة اخرى سوف يبقى منها 25 غرام.
