المحاضرة التاسعة

# نمذجة العلاقة البيئية بين البوم المرقط والصقور

في بيئة يتنافس فيها البوم المرقط والصقور ولنمذجة العلاقة البيئة بين هذين الحيوانين نفرض الفرضيات الآتيات

**الفرضية الاولى:** عند غياب النوع الآخر، فأن كل حيوان ينمو نمو غير مقيد بحيث يكون التغيير في حجم المجتمع في اي فترة زمنية (مثلا باليوم الواحد) يتناسب مع حجم المجتمع عند بداية تلك الفترة الزمنية.

**الفرضية الثانية:** عند وجود البوم المرقط والصقور سوية في بيئة واحدة فهناك تفاعل سلبي بينها، اي ان وجود اي منهما في البيئة يؤدي الى اقلال حجم مجتمع الحيوان الآخر.

اذاً النموذج الرياضي الذي يصف العلاقة البيئية بين البوم المرقط والصقور.

نفرض ان

$O_n$ : حجم مجتمع البوم المرقط في تلك البيئة في اليوم $n$.

$H_n$ : حجم مجتمع الصقر في تلك البيئة في اليوم $n$.

∴ نستنتج ان

$$\Delta O_n \propto O_n \quad , \quad \Delta H_n \propto H_n$$

وبتحويل التناسب الى معادلة نجد ان

$$\Delta O_n = k_1 O_n \quad , \quad \Delta H_n = k_2 H_n$$

ومن الفرضية الثانية نستنتج ان

$$\Delta O_n \propto - O_n H_n \quad , \quad \Delta H_n \propto - O_n H_n$$

وبتحويل التناسب الى معادلة نجد ان

$$\Delta O_n = - k_3 O_n H_n \quad , \quad \Delta H_n = - k_4 O_n H_n$$

وبضم الفرضيتين سوية بنظام واحد ينتج النموذج الرياضي الآتي

$$\Delta O_n = O_{n+1} - O_n = k_1 O_n - k_3 O_n H_n$$

$$\Delta H_n = H_{n+1} - H_n = k_2 H_n - k_4 O_n H_n$$

بعد التبسيط ينتج النموذج الرياضي التالي بين حجمي مجتمعي هذين الحيوانين

$$O_{n+1} = (1+K_1)O_n - K_3 O_n H_n \quad , n=0,1,2,---$$

$$H_{n+1} = (1+K_2)H_n - K_4 O_n H_n \quad , n=0,1,2,---$$

اذ ان $K_1 , K_2$ يمثلان نسبة النمو غير المقيد لحجم مجتمعي البوم المرقط والصقور، على التوالي

أما $K_3 , K_4$ فيمثلان معامل التفاعل بين المجتمعين

نفرض ان النقطة الثابت هو $(O \quad H)$

$\therefore$ تحقق المعادلتين الاخيرتين

$$O = (1+K_1)O - K_3 OH$$

$$\cancel{O} = \cancel{O} + OK_1 - K_3 OH$$

$$O(K_1 - K_3 H) = 0$$

أما $O=0$

أو $H=\frac{K_1}{K_3}$ $\therefore$

أي انه عندما يكون $O=0$ أو $H=\frac{K_1}{K_3}$

$\therefore$ لا يحدث تغيير في حجم مجتمع البوم المرقط

كذلك

$$H=(1+K_2)H-K_4OH$$

$$H=H+K_2H-K_4OH$$

$$\therefore \quad H(K_2-K_4O)=0$$

$\therefore$ أما $H=0$

أو $O=\frac{K_2}{K_4}$

أي عندما يكون $H=0$ أو $O=\frac{K_2}{K_4}$

فلا يحدث تغيير في حجم مجتمع الصقر

-5-

∴ المتجه الثابت موجود عند النقطتين

$$(O, H) = (0, 0) \quad \text{—— } ①$$

$$(O, H) = \left(\frac{k_1}{k_3}, \frac{k_2}{k_4}\right) \quad \text{—— } ②$$

نفرض الان ان

$k_1 = 0.2$ , $k_2 = 0.3$ , $k_3 = 0.001$ , $k_4 = 0.002$

اي ان المتجه الثابت يكون موجوداً عند النقطتين

الاولى

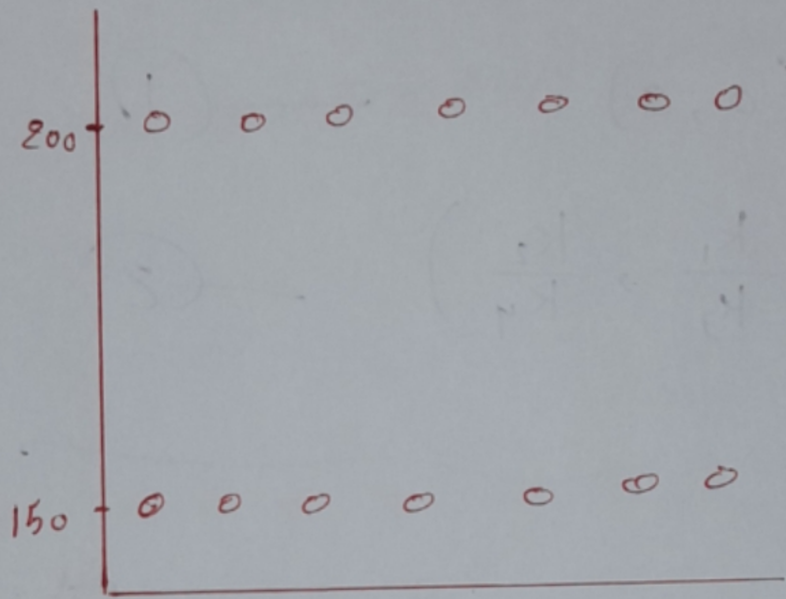
$$(O, H) = (0, 0)$$

الثانية

$$\frac{k_1}{k_3} = \frac{0.2}{0.001} = 200 \quad , \quad \frac{k_2}{k_4} = \frac{0.3}{0.002} = 150$$

$$(O, H) = (200, 150)$$

∴ وكما هو جلي فان استقرارية النظام تتحقق في هذه الحالة



وليكن

$K_1=0.2,\ K_2=0.3,\ k_3=0.001,\ k_4=0.002,\ H_0=10,\ O_0=10$

$$O_{n+1}=(1+k_1)O_n-K_3O_nH_n$$

$$O_1=(1+0.2)10-(0.001)(10)(10)=10.1$$

$$H_{n+1}=(1+K_2)H_n-K_4O_nH_n$$

$$H_1=(1+0.3)10-(0.002)(10)(10)=10.1$$

$$O_2=(1.2)(10.1)-(0.001)(10.1)(10.1)=12.02$$

$$H_2=(1.3)(10.1)-(0.002)(10.1)(10.1)=12.93$$

وبتكملة الحلول نلاحظ ان حجم مجتمع اليوم سوف يكبر قليلا ثم يأخذ بالتناقص في حين ان حجم مجتمع الصقور سوف يتزايد على نحو سريع ولا يوجد هناك استقرارية في النظام