تكامل المونت كارلو المتعدد الابعاد

اذا كان لدينا تكاملا" متعدد الابعاد يضم K من التكاملات وبالشكل الآتي

$$I = \int_{a_1}^{a_2}\int_{a_2}^{a_3}\cdots\int_{a_K}^{a_{K+1}} g(x_1, x_2, \ldots, x_K)\, dx_1\, dx_2 \ldots dx_K$$

الخوارزمية: ايجاد تكامل المونت كارلو المتعدد الابعاد

$$I = \int_{a_1}^{a_2}\int_{a_2}^{a_3}\cdots\int_{a_K}^{a_{K+1}} g(x_1, x_2, \ldots x_K)\, dx_1 dx_2 \ldots dx_K$$

المدخلات Input: الدالة g وحدود التكامل وحجم العينة n

المخرجات output: القيمة التقريبية للتكامل

الخطوة (1): ولد K من المجاميع الاعداد العشوائية كل منها بحجم n، من التوزيع المنتظم وعلى النحو الآتي:

$XS_1 = \{x_1, x_2, \ldots x_n\}$ من التوزيع $U(a_1, a_2)$

$XS_2 = \{x_1, x_2, \ldots x_n\}$ من التوزيع $U(a_3, a_4)$

— — — — — — — — — — — — — —

$XS_K = \{x_1, x_2, \ldots x_n\}$ من التوزيع $U(a_K, a_{K+1})$

الخطوة (2): احسب الحجم الذي تحدده حدود التكامل

$$S = (a_2-a_1)(a_4-a_3)\cdots(a_{k+1}-a_k)$$

الخطوة (3): احسب تكامل المونت كارلو من العلاقة الآتية:

$$I = \frac{S}{n}\sum_{i=1}^{n} g(xs_1, xs_2, \ldots, xs_{k_i})$$

مثال: احسب تكامل المونت كارلو المتعدد الابعاد للدالة التالية

$$I = \int_{-2}^{1}\int_{1}^{3}(4x^3+6xy^2)\,dx\,dy$$

باستخدام الاعداد العشوائية التالية وبحجم عينة $n=3$

$XS = 0.7943,\ 0.3112,\ 0.5285,$
$YS = 0.2630,\ 0.2530,\ 0.6541$

الحل:

$$S = (a_2-a_1)(a_4-a_3) = (1+2)(3-1) = 6$$

$$I = \frac{6}{3}\Big\{\big[4(0.7943)^3+6((0.7943)(0.2630)^2)\big] + \big[4(0.3112)^3+6((0.3112)(0.2530)^2)\big] + \big[4(0.5285)^3+6(0.5285)(0.6541)^2\big]\Big\}$$

= القيمة