الطريقة الرابعة

Fibonacci method

اعداد فايبوناسي

تستخدم هذه الطريقة لحل المسائل ذات المتغير الواحد ومن فترة محددة ضمن و تعتمد على توليد اعداد سمى اعداد (Fibonacci) وتعرف هذه الاعداد ....

$F_0 = F_1 = 1$

n	Fn
0	1
1	1
2	2
3	3
4	5
5	8
6	13
7	21

اول ثلاث ارقام نزلهم تلقائي هي
1 1 2 بـ Fn

ثم عندنا 3 ناتجة من جمع 2+1 السابقين
و 5 ناتجة من جمع 3+2 السابقة
و 8 ناتجة من جمع 5+3 السابقة
و 13 ناتجة من جمع 8+5 السابقة
و 21 ناتجة من جمع 13+8 السابقة

- بالاعتماد على اعداد فايبوناسي نجد المقدار الاتي :-

$$D = \frac{F_{n-1}}{F_n}(b-a)$$

b ← نهاية الفترة
a ← بداية الفترة

D :- هي مقدار الخطوة التي نمشي بها ....
a نضيف اليها D ، b نطرح منها D ...

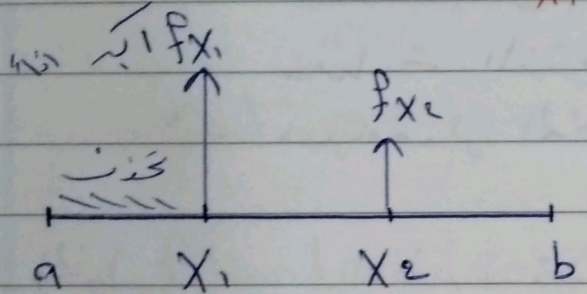
ومن المقدار D نولد النقاط الاتية :-

$$X_1 = a + D$$
$$X_2 = b - D$$

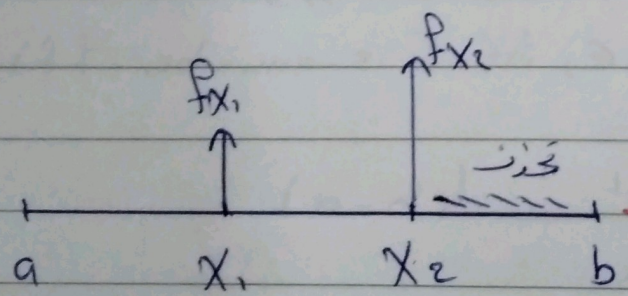
مثالك تظهر اربع حالات هي :-

عندما تحسب X_1, X_2 نلاحظ ايها اكبر ونحطها على خط الاعداد بالترتيب ....
ومن ثم تحسب قيمتها في الدالة fX_1 , fX_2 وبقية الدالة سوف تتحقق من الفترة الجديدة ....
اي اذا كانت fX_1 اكبر تحذف الفترة التي قبلها والتي بعد a وتصبح (X_1) هي بداية الفترة ....
اما اذا كانت fX_2 اكبر تحذف الفترة بعدها ، والفترة قبل b وتصبح (X_2) هي نهاية الفترة ....

رسم للحالات :- عندما $X_1 < X_2$
القوس يصير من الاطراف
ولايوجد زحف هنا للنقاط.

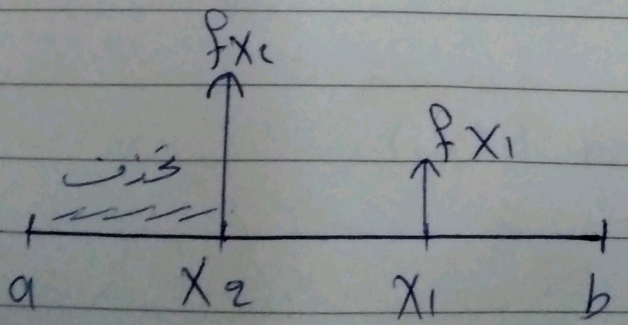


الفترة هي $[X_1, b]$

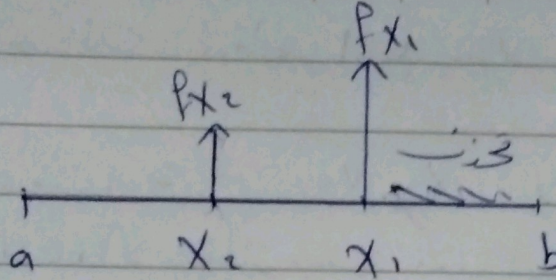


الفترة هي $[a, X_2]$

عندما $X_1 > X_2$



الفترة هي $[X_2, b]$



الفترة هي $[a, x_1] \Leftarrow$ حذف

ملاحظة :- ترتيب النقاط (x_1, x_2) على خط الاعداد بالترتيب على حسب الزيادة ....
و من تعويضهم بالدالة نعلم من الأكبر و من خلاله يتم ايجاد الفترة الجديدة ...

ملاحظة :- نتوقف في هذه الطريقة لحين انتهاء اعداد (fibo) او استخدام الوقت بين بداية الفترة و نهاية الفترة و المقدار يجب ان يكون اقل من مقدار الخطأ $\epsilon \Leftarrow |b-a| < \epsilon$

الخوارزمية / الخطوات :-

هنا نكتب الخوارزمية على حسب الخطوات على حسب مرتبها ....

Step 1 - input a, b, ϵ, n, F is a number of fibonacci

Step 2 - Set $D = \frac{F_{n-1}}{F_n} (b-a)$

Step 3 - compute احسب

$x_1 = a + D$

$x_2 = b - D$

and $f(x_1)$ and $f(x_2)$

step 4 :- check تحقق

if $X_1 > X_2$ if $f(X_1) > f(X_2)$ Set then new interval $[a, X_1]$

and if $f(X_1) < f(X_2)$ Set the new interval $[X_2, b]$

else $X_1 < X_2$ if $f(X_1) > f(X_2)$ Set the new interval $[X_1, b]$ and if $f(X_1) < f(X_2)$ Set the new interval $[a, X_2]$

$$R = \frac{a+b}{2} \quad root$$

go to step 2 نعود الى الخطوة الثانية

وحسب D في الكرار الثاني متقاوتين

Stop

مثال :- use fibonacci search to find Min

$$f(x) = \frac{3-4x}{1-x^2} \qquad 1 \leq X \leq 6.5$$

$n = 8$

fibo اعداد

الحل : نرتب اعداد فايوناتشي

n	fn
1	1
2	2
3	3
4	5
5	8
6	13
7	21

عندنا فترة وناخذ D

$$[\overset{a}{1}, \overset{b}{6.5}]$$

$$D_1 = \frac{F_{n-1}}{F_n}(b-a) \Rightarrow D_1 = \frac{F_7}{F_8}(6.5-1)$$

$$D_1 = \frac{21}{34}(5.5) \Rightarrow D_1 = 3.4$$

الآن نجد x_1, x_2

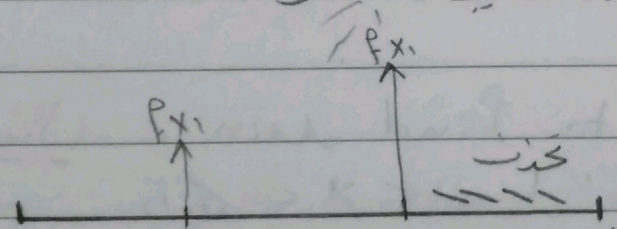
$$x_1 = a + D \Rightarrow x_1 = 1 + 3.4 \Rightarrow x_1 = 4.4$$
$$x_2 = b - D \Rightarrow x_2 = 6.5 - 3.4 \Rightarrow x_2 = 3.1$$

$f(x_1) = -0.79$ و $f(x_2) = -0.89$

نرتب بشرط الاعداد النقاط (a, b, x_1, x_2) بالترتيب

نرتب قيم النقاط الحقيقية ....

التعويض النقاط في الدالة نستفاد منها لايجاد الفترة ....



$f x_1 > f x_2$

$\therefore$ الفترة الجديدة $[a, x_1] = [1, 4.4]$

نجد الفرق ... $|b-a| < \epsilon \Rightarrow |4.4-1| = 3.4 > \epsilon$

نكمل الحل بإيجاد D_2 مرة ثانية

2) $D_2 = \frac{F_{n-1}}{F_n}(b-a) \Rightarrow D_2 = \frac{F_6}{F_7}(4.4-1)$

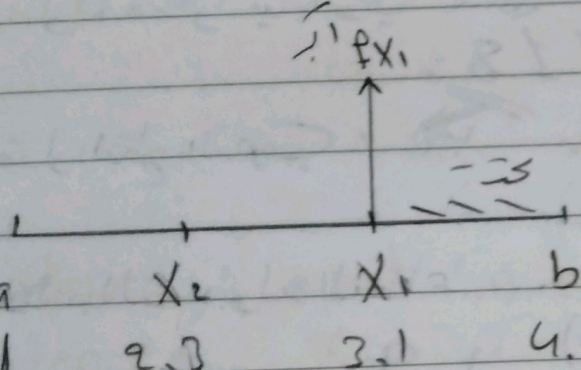
$D_2 = \frac{13}{21}(3.4) \Rightarrow D_2 = 2.1$

نجد النقاط :

$X_1 = a + D \Rightarrow X_1 = 1 + 2.1 \Rightarrow X_1 = 3.1$

$X_2 = b - D \Rightarrow X_2 = 4.4 - 2.1 \Rightarrow X_2 = 2.3$

$fX_1 = -0,89$, $fX_2 = -0.986$



بما النتيجة صح $[1,3.1]$

$|b-a| < \epsilon \Rightarrow |3.1-1| = 2.1 \not< \epsilon$

نكمل الحل

3) $D_3 = \frac{F_{n-1}}{F_n}(b-a) \Rightarrow D_3 = \frac{F_5}{F_6}(3.1-1)$

$D_3 = \frac{8}{13}(2.1) \Rightarrow D_3 = 1.2$

لنوقف اما عندما نصل الى اعداد فابو ناتشي $n=8$ ...
او حتى نقطينا مقدار الخطأ ϵ ونحن نجد الوقت $|b-a|$ وبذلك
لنوقف حتى ولو لم نصل الى $n=8$ لان الوقت ↑ طلع اقل من ϵ