الخرسانة المسلحة

فوائد الخرسانة كمادة إنشائية

١- مقاومتها جيدة للانضغاط.
٢- مقاومتها عالية للحريق والماء.
٣- تحتاج إلى القليل فقط من الصيانة.
٤- العمر الخدمي لها طويل مقارنة بباقي المواد.
٥- مادة اقتصادية.
٦- يمكن تقولبها بأشكال مختلفة.

مضار الخرسانة كمادة إنشائية

١- تحملها قليل للشد.
٢- تحتاج إلى قوالب إسناد عند الإنشاء.
٣- مادة ثقيلة الوزن.
٤- خواص المادة في الموقع وبعد الإنشاء تختلف باختلاف التنفيذ ومهارة العمال.
٥- تخضع لظواهر تضعف من مقاومتها كالانكماش والزحف.

فوائد الحديد كمادة إنشائية

بما أن تحمله للشد يساوي تحمله للضغط فيمكن استخدامه في العناصر والاجزاء الإنشائية المعرضة للشد والضغط.

مضار الحديد كمادة إنشائية

غلاء سعره مقارنة بالخرسانة

أسباب ربط حديد التسليح مع الخرسانة

١- الارتباط والتوافق ما بين حديد التسليح والخرسانة يمنع حدوث إنزلاق بينهما.
٢- بما أن الخرسانة هي مادة قليلة النفاذية، فتعمل على حماية حديد التسليح من الصدأ وكذلك حمايته من تأثير الحرائق.
٣- تقارب معامل التمدد الطولي للمادتين.

الوحدات المستعملة

$MPa = N/mm^2 = 1 * 10^6 \ N/m^2$

$MPa = 145 \ psi$

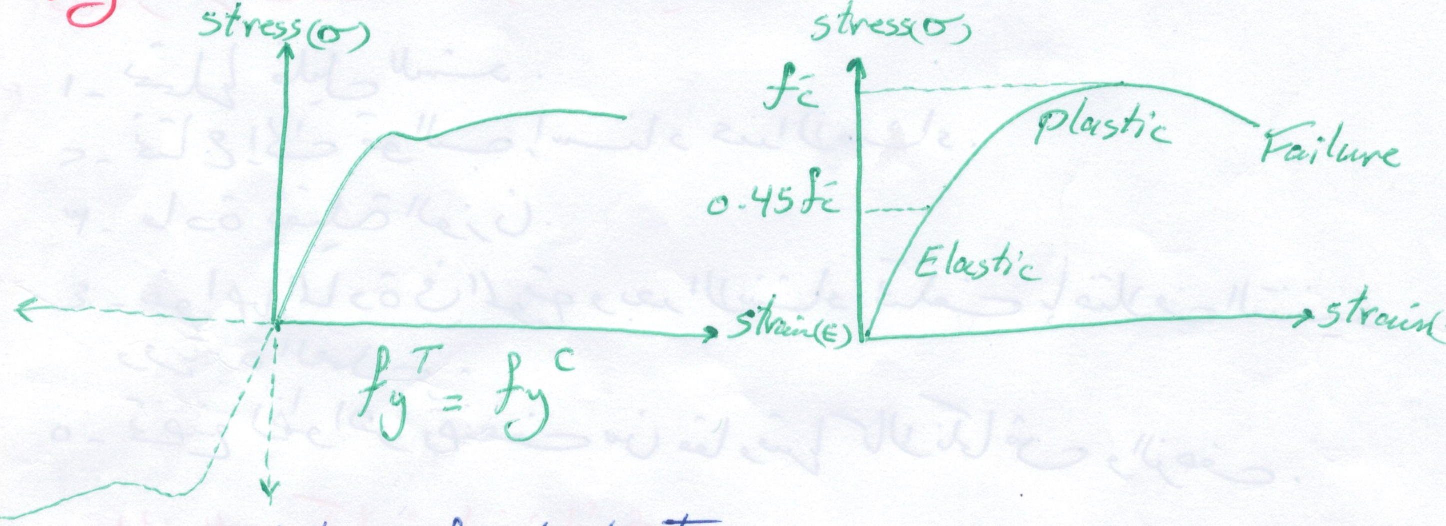
الرموز المستعملة

f_c : Compressive strength of concrete.

f'_c : Standard cylinder (150mm Dia, 300mm Height) (ACI 20

f_{cu} : Standard cube (150mm * 150mm * 150mm) (B.S: British sta

f_y : Yield stress of steel.



$f_y^T = f_y^C$

E : Modulus of elasticity

E_s : 200 000 MPa

E_c : $4730\sqrt{f'_c}$

N_c : Compressive force carried by the concrete.

N_T : Tension force carried by the concrete.

z : Couple arm between N_c and N_T.

b : Width of the section.

h : Total depth of the section.

d : Effective depth of the section.

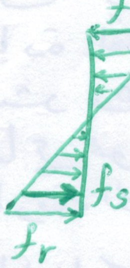
c : Depth of compression to the neutral axis.

a : Depth of compression block.

A_s : Area of reinforcing steel.

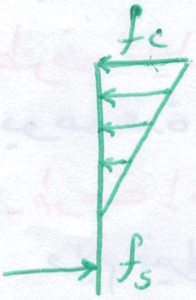
سلوك القطاعات الخرسانية المسلحة تحت تأثير الأحمال المتزايدة

عندما تكون الأحمال قليلة، بحيث يكون أقصى إجهاد في الشد أقل من مقاومة الشد (معامل الكسر)، فإن المقطع الخرساني كله يتحمل إجهادات (إنضغاط في جهة وشد في جهة أخرى)، إضافة إلى حصول نفس التشوهات والانفعالات في حديد التسليح والخرسانة المجاورة في منطقة الشد. في هذه المرحلة تكون جميع الإجهادات في الخرسانة قليلة وتتناسب مع الانفعالات.



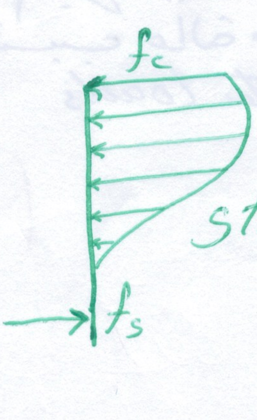
Stresses and strains are proportional to each other

عند زيادة الحمل المسلط، سوف يزيد أقصى إجهاد شد في مقاومة الشد للخرسانة، عندها تحدث تشققات شد تمتد إلى الأعلى قريباً من محور التعادل والذي يتجه إلى الأعلى أيضاً عند استمرار شقوق الشد بالامتداد إلى الأعلى. عندما تكون قيمة الأحمال المسلطة معتدلة أو متوسطة وعندما لا تزيد إجهادات الخرسانة وتسليح الشد في حوالي (50%) من قيمتها القصوى (مرحلة التشغيل)، تبقى الإجهادات والانفعالات متناسبة مع بعضها البعض.



stresses and strains are proportional to each other

عند الاستمرار بزيادة الأحمال المسلطة، تزداد قيم الانفعالات والإجهادات أيضاً، ولا تتناسب مع بعضها في هذه المرحلة. العلاقة غير الخطية الناتجة بين الإجهاد والانفعال في هذه المرحلة موضحة بالشكل التالي، وبهذا تكون العتبة قد وصلت إلى قيمتها القصوى Ultimate carrying capacity.



stresses and strains are not proportional to each other

أشكال الفشل للعتبات

عندما تكون العتبة مسلحة بكمية تسليح متوسطة نسبياً (ناقصة التسليح)، فيتم الفشل بوصول حديد التسليح إلى مرحلة الخضوع وظهور الشقوق وإنزياح محور التعادل إلى الأعلى، ويسمى هذا بالفشل الأولي Primary Tension Failure وهذا بسبب زيادة الانفعالات في منطقة الانضغاط ويؤدي إلى تكسر وتهشم الخرسانة ويسمى هذا بالفشل الثانوي Secondary Compression Failure، ويحدث عادةً عند وجود حمل أكثر قليلاً من ذلك الذي يسبب خضوع تسليح الشد.

الزيادة القليلة في المقاومة الداخلية للعتبة في هذه المرحلة من مرحلة خضوع تسليح الشد مصدرها الزيادة القليلة في ذراع العزم بين قوى الشد والانضغاط بسبب إرتفاع محور التعادل إلى الأعلى وكذلك زيادة الاجهاد في تسليح الشد في مقاومة الخضوع.

أما إذا كانت العتبة مسلحة بكميات كثيرة من تسليح الشد (زائدة التسليح)، أو كميات معقولة من تسليح الشد ذو المقاومة العالية، فإن مقاومة الانضغاط للخرسانة يمكن أن تستنفذ قبل خضوع تسليح الشد. عند ذلك تتهشم الخرسانة في منطقة الانضغاط عند وصول الانفعالات إلى قيم عالية. ومن البحوث التي أجريت سابقاً، تبين أن العتبات المستطيلة تفشل في الانضغاط عند وصول الانفعال (0.003-0.004) فشلاً فجائياً وذو تغيير قليل في التشوه.

طرق تحليل وتصميم المقاطع الخرسانية

يوجد عدة طرق لتحليل وتصميم المقاطع الخرسانية، نذكر منها:

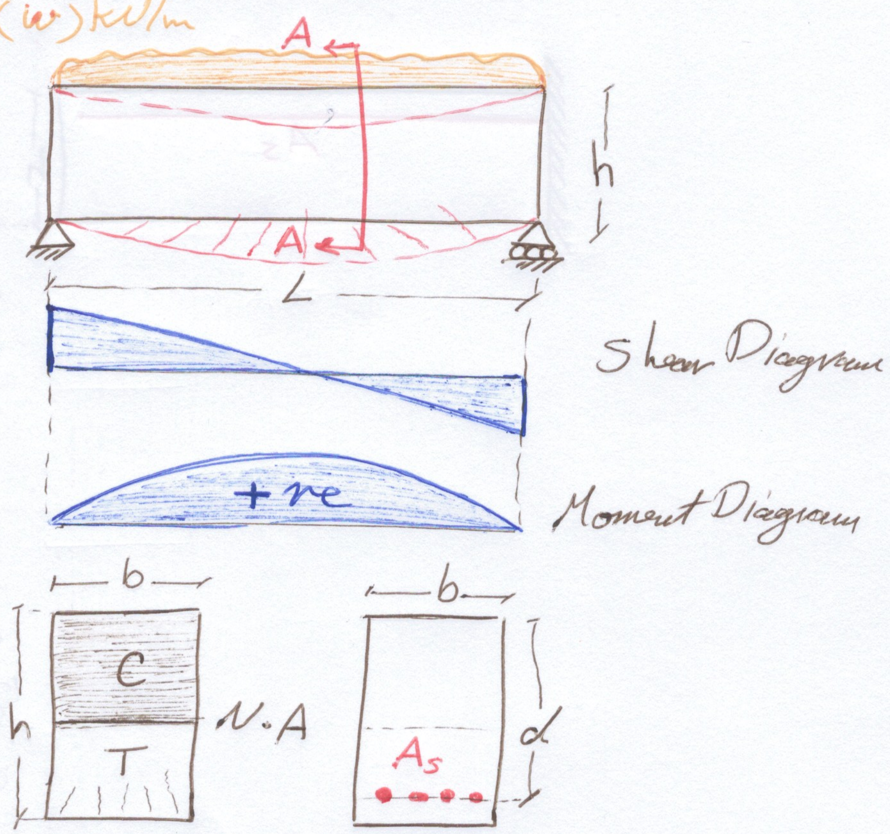
- طريقة إجهاد التشغيل Working Stress Method

ويتم فيها تصميم العضو الانشائي بحيث تكون الاجهادات المتولدة من أحمال التشغيل لا تزيد عن قيم محددة (نسبة من مقاومة الخرسانة والتسليح)، تسمى بالاجهادات المسموحة Allowable Stresses.

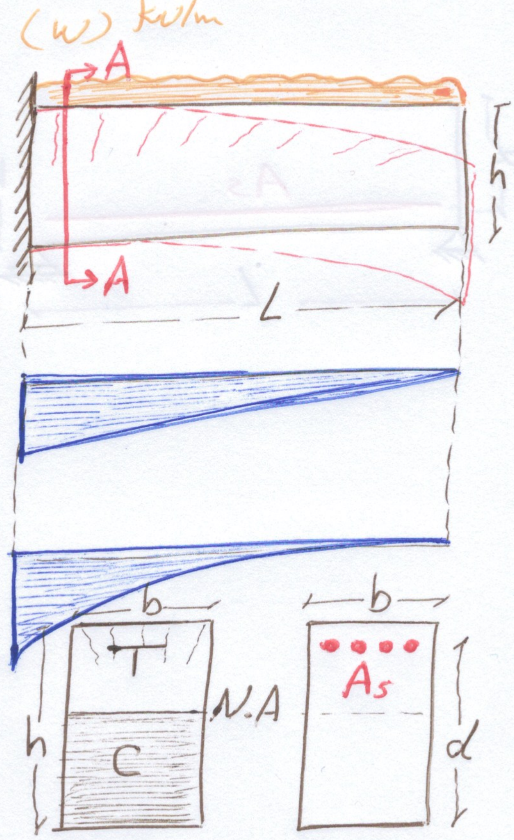
- طريقة المقاومة القصوى Ultimate Strength Method

يتم فيها زيادة أحمال التشغيل بمعاملات للحصول على الاحمال التي تسبب حالة فشل، وتسمى هذه الاحمال بالاحمال القصوى Ultimate loads.

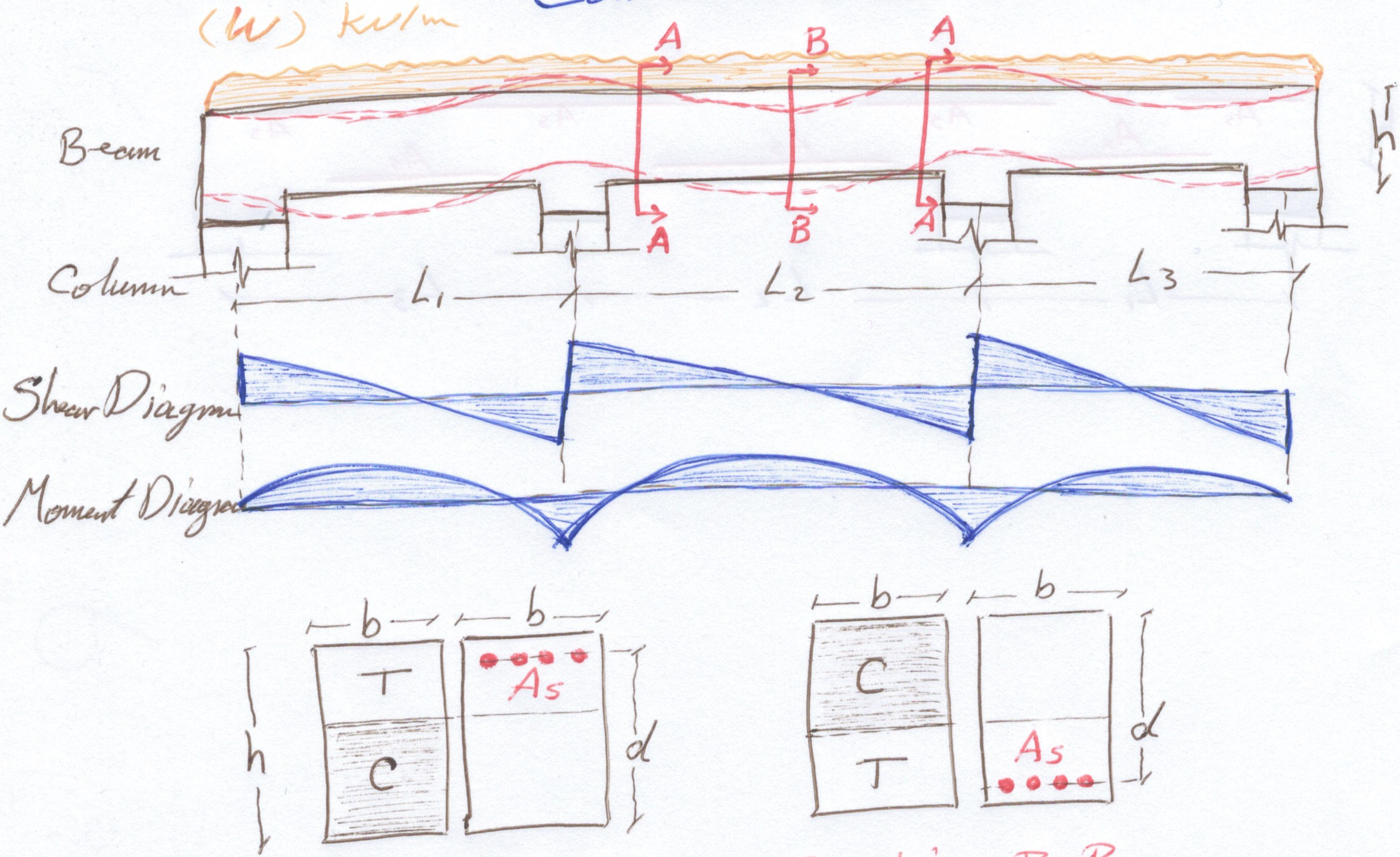
Simply Supported Beam



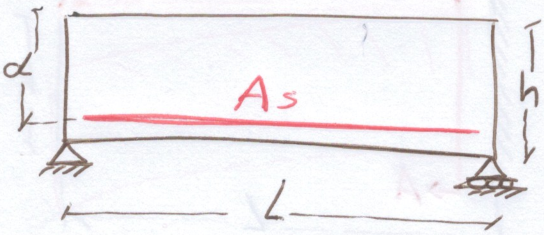
Cantilever Beam



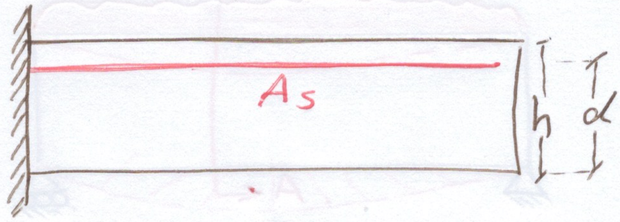
Continuous Beam



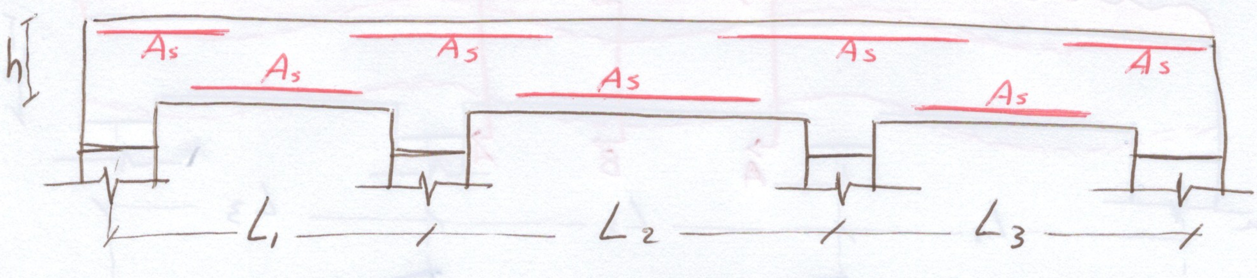
Simply Supported



Cantilever Beam

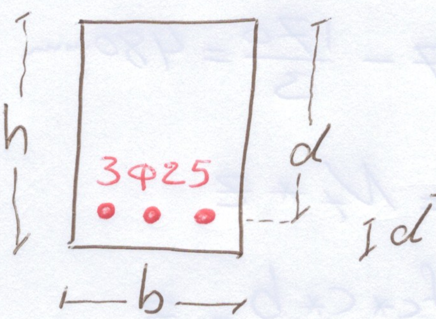


Continuous Beam



Analysis of Cracked Section

Example: A rectangular beam with $b = 300\,mm$ and $h = 600\,mm$, the section is reinforced with 3 bars $\phi 25$. Material mechanical properties are $f_c' = 25\,MPa$ and $f_y = 400\,MPa$. The beam is subjected to a moment equals to $120\,kN.m$. Find the stresses in concrete and reinforcing steel and the allowable moment?



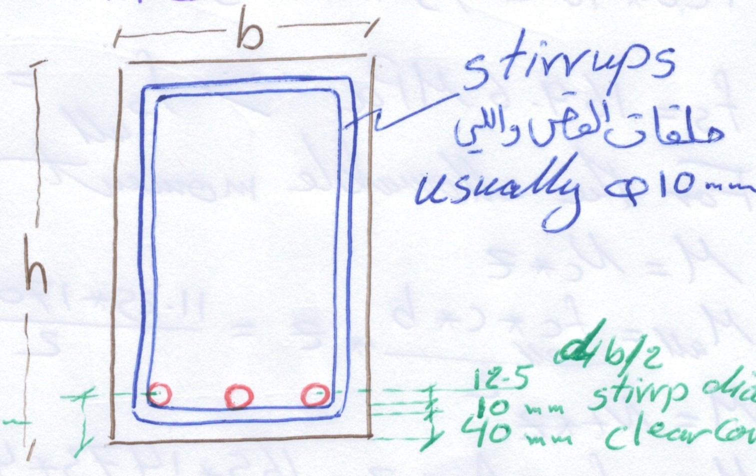
Solution: Equilibrium Method

Since the section is cracked, the the tension force of concrete will be neglected.

A_b for $\phi 25 = \frac{\pi}{4} * (25)^2 = 491\,mm^2$

$A_s = 3\phi 25 = 3 * 491 = 1473\,mm^2$

$h = 600\,mm = d + d'$

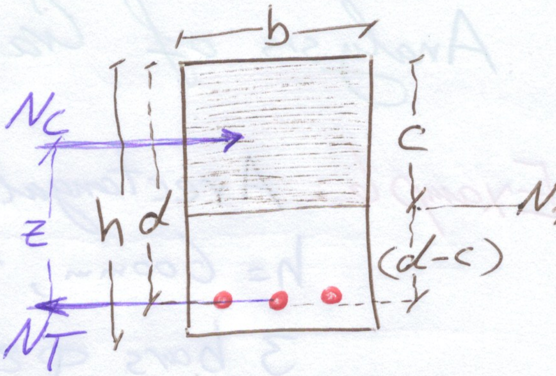


$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

$$n = \frac{200\,000}{4730\sqrt{25}} = 8.45 \simeq 8$$

$d = h - d' = 600 - 63 = 537\,mm$

بأخذ العزوم حول محور التعادل



$$b * c * \frac{c}{2} = n * A_s * (d - c)$$

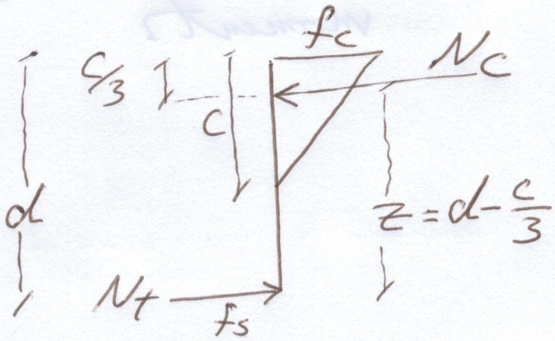
$$300 * \frac{c^2}{2} = 8 * 1473 * (537 - c)$$

$$\underbrace{150}_{A} c^2 + \underbrace{11784}_{B} c - \underbrace{6328008}_{c} = 0.0$$

$$x = \frac{-B \mp \sqrt{B^2 - 4 * A * c}}{2 * A} = \frac{-11784 \mp \sqrt{(11784)^2 - 4 * 150 * (-6328008)}}{2 * 150}$$

$$x = 169.8 \text{ mm} \cong 170 \text{ mm}$$

$c = 170$ mm Compression depth



$$z = d - \frac{c}{3} = 537 - \frac{170}{3} = 480 \text{ mm}$$

$$M = N_c * z = N_t * z$$

$$M = N_c * z = \frac{f_c * c * b}{2} * z$$

$$120 * 10^6 = \frac{f_c * 170 * 300}{2} * 480$$

$$f_c = 9.79 \text{ MPa} < f_{c_{all}} = 0.45 f_c^- = 0.45 * 25 = 11.25 \text{ MPa}$$

$$M = N_t * z = f_s * A_s * z$$

$$120 * 10^6 = f_s * 1473 * 480$$

$$f_s = 169.6 \text{ MPa} > f_{s_{all}} = 165 \text{ MPa}$$

For the allowable moment

$$M = N_c * z$$

$$M_{all} = \frac{f_{c_{all}} * c * b}{2} * z = \frac{11.25 * 170 * 300}{2} * 480 * 10^{-6} = 137.79 \text{ kN.m}$$

$$M = N_t * z$$

$$M_{all} = f_{s_{all}} * A_s * z = 165 * 1473 * 480 * 10^{-6} = 116.74 \text{ kN.m}$$

$$\therefore M_{all} = 116.74 \text{ kN.m}$$

Transformed Section Method

$C = 170\,mm$

$$I_{cr} = \frac{bc^3}{3} + n * A_s * (d-c)^2$$

$$I_{cr} = \frac{300*(170)^3}{3} + 8*1473*(537-170)^2$$

$$I_{cr} = 2.0785*10^9\ mm^4$$

$$\sigma = \frac{M*c}{I}$$

$$f_c = \frac{120*10^6*170}{2.0785*10^9} = 9.81\,MPa < f_{c_{all}} = 0.45*25 = 11.25\,MPa$$

$$f_{cs} = \frac{f_s}{n} = \frac{M*(d-c)}{I}$$

$$f_s = 8*\frac{120*10^6*(537-170)}{2.0785*10^9} = 169.5\,MPa > f_{s_{all}} = 165\,MPa$$

For the allowable moment

$$f_{c_{all}} = \frac{M_{all}*c}{I}$$

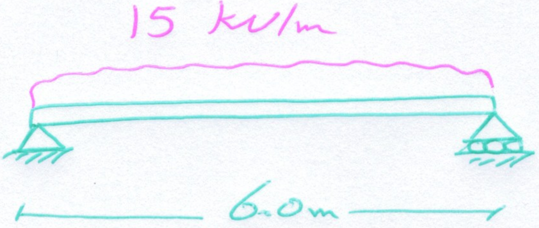
$$11.25 = \frac{M_{all}*170}{2.0785*10^9}*10^{-6} \longrightarrow M_{all} = 137.5\ kN.m$$

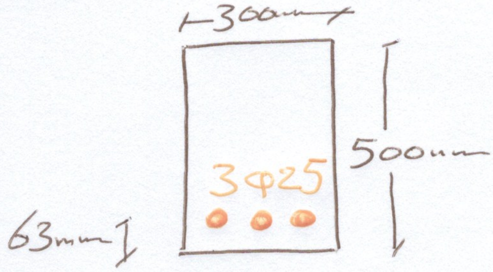
$$\frac{f_{s_{all}}}{n} = \frac{M_{all}*(d-c)}{I}$$

$$\frac{165}{8} = \frac{M_{all}*(537-170)}{2.0785*10^9} \longrightarrow M_{all} = 116.81\ kN.m$$

$$\therefore\ M_{all} = 116.81\ kN.m$$

Example: The beam shown in figure below is loaded with live load L.L = 15 kN/m in addition to its own self weight. Material mechanical properties are $f_c' = 20$ MPa and $f_y = 276$ MPa. Find the stresses in concrete and steel.





Solution:

Selfweight = height * width * density

= 0.5 * 0.3 * 24 = 3.6 kN/m

Total load = D.L + L.L = 3.6 + 15 = 18.6 kN/m

$$M = \frac{w*L^2}{8} = \frac{18.6*(6)^2}{8} = 38.7 \text{ kN.m} \quad \text{(Simply Supported)}$$

$$n = \frac{200000}{4730\sqrt{20}} = 9 \quad , \quad A_s = 3*491 = 1473 \text{ mm}^2, \; d = 500-63=4$$

$$\frac{bc^2}{2} = n A_s (d-c)$$

$$\frac{300*c^2}{2} = 9*1473*(437-c) \xrightarrow{\text{بالدستور}} c = 157 \text{ mm}$$

Using Transformed Section

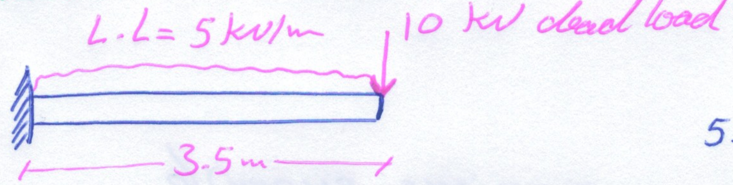
$$I = \frac{bc^3}{3} + n A_s (d-c)^2$$

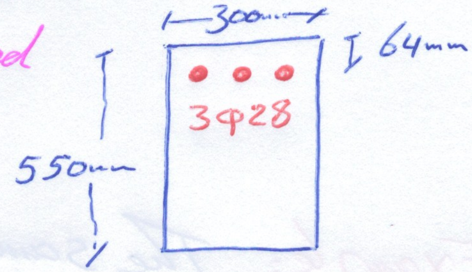
$$I = \frac{300*(157)^3}{3} + 9*1473*(437-157)^2 = 390*10^6 \text{ mm}^4$$

$$f_c = \frac{M*c}{I} = \frac{38.7*10^6*157}{390*10^6} = 15.58 \text{ MPa}$$

$$f_s = \cancel{9*38.7} \; n*\frac{M*(d-c)}{I} = 9*\frac{38.7*10^6*(437-157)}{390*10^6} = 250$$

Example: The beam shown in figure below is loaded with Live load L.L = 5 kN/m and D.L = 10 kN in addition to the self weight. Material mechanical properties are $f_c' = 25$ MPa and $f_y = 345$ MPa. Find the stresses in concrete and steel and the allowable moment.





Solution:

$$\text{Self weight} = b * h * \gamma = 0.3 * 0.55 * 24 = 3.96 \text{ kN/m}$$

$$M = 10 * 3.5 + 3.96 * 3.5 * \frac{3.5}{2} + 5 * 3.5 * \frac{3.5}{2}$$

$$M = 89.88 \text{ kN.m} \approx 90 \text{ kN.m}$$

$$n = \frac{200\,000}{4730\sqrt{25}} = 8$$

$$\frac{b c^2}{2} = n A_s (d - c), \quad \frac{300 * c^2}{2} = 8 * \left(\frac{\pi}{4} * 28^2 * 3\right) * (550 - 64 - c)$$

$$c = 175 \text{ mm}, \quad z = d - \frac{c}{3} = 550 - 64 - \frac{175}{3} = 427 \text{ mm}$$

$$M = N_c * z$$

$$90 * 10^6 = \frac{f_c * 175 * 300}{2} * 427 \longrightarrow f_c = 8 \text{ MPa}$$

$$M = N_t * z$$

$$90 * 10^6 = f_s * A_s \longrightarrow f_s = 114.42 \text{ MPa}$$

The allowable moment

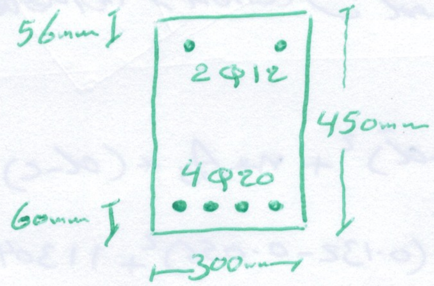
$$M_{all} = \frac{f_{c\,all} * c * b}{2} * z = \frac{0.45 * 25 * 175 * 300}{2} * 427 * 10^{-6} = 126 \text{ kN.m}$$

$$M_{all} = f_{s\,all} * A_s * z = 140 * 1842 * 427 * 10^{-6} = 110.1 \text{ kN.m}$$

$$\therefore M_{all} = 110.1 \text{ kN.m}$$

Analysis of Double Reinforced Section تحليل المقاطع مزدوجة التسليح

Example: A rectangular beam with $b = 300$ mm, $h = 450$ mm, shown in figure below, is reinforced with $4\phi20$. Material mechanical properties are: $f_c' = 20$ MPa and $f_y = 276$ MPa. Find the stresses in concrete and steel, if the beam was subjected to a moment equals to 60 kN.m. The beam also is reinforced with $2\phi12$ at 56mm from the compression face.



Solution:

$$n = \frac{200000}{4730\sqrt{20}} = 9.45 \simeq 9$$

$$A_s = 4*(\frac{\pi}{4}*20^2) = 1256\ mm^2$$

$$A_s^- = 2*(\frac{\pi}{4}*12^2) = 226\ mm^2$$

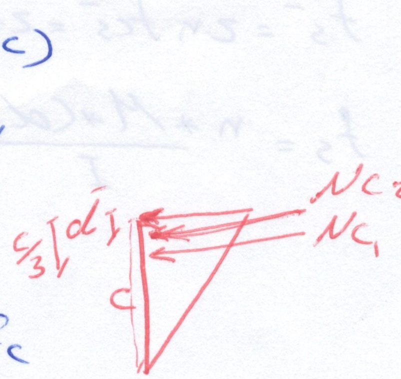
$$(2n-1)*A_s^- = (2*9-1)*226 = 3842\ mm^2$$

$$\frac{bc^2}{2} + (2n-1)*A_s^-*(c-d^-) = n*A_s*(d-c)$$

$$\frac{300*c^2}{2} + 3842*(c-56) = 9*1256*(390-c)$$

$C = 132$ mm , Equilibrium Method

$$f_{cs}^- = \frac{c-d^-}{c}*f_c = \frac{132-56}{132}*f_c = 0.576\ f_c$$



$$N_{c_1} = \frac{f_c*c*b}{2} = \frac{f_c*132*300}{2} = 0.0198\ f_c$$

$$N_{c_2} = (2n-1)*A_s^-*f_{cs}^- = (2*9-1)*226*10^{-6}*0.576\ f_c = 0.00221 f_c$$

$$y_c = \frac{\overbrace{0.0198 f_c}^{N_{c_1}} *(\frac{c}{3}) + N_{c_2}*d^-}{N_{c_1} + N_{c_2}}$$

$$y_c = \frac{0.0198 f_c*(\frac{0.132}{3}) + 0.00221 f_c*0.056}{0.0198 f_c + 0.00221 f_c} = 0.045\ m$$

$$z = d - y_c = 390 - 45 = 345\ mm$$

$$N_c = N_t = \frac{M}{z} = \frac{0.06}{0.345} = 0.1739\ MN$$

$$N_c = 0.1739 = 0.0198 f_c + 0.00221 f_c = 0.02201 f_c$$

$$f_c = 7.9\ MPa < f_{c_{all}} = 0.45 * 20 = 9\ MPa\ (o.k)$$

$$f_{cs}^- = 0.576 * 7.9 = 4.6\ MPa$$

$$f_s^- = 2n f_{cs}^- = 2 * 9 * 4.6 = 82.8\ MPa < f_{s_{all}} = 140\ MPa\ (o.k)$$

$$f_s = \frac{N_t}{A_s} = \frac{0.1739}{1256 * 10^{-6}} = 138.5\ MPa < f_{s_{all}} = 140\ MPa\ (o.k)$$

Transformed Section Method

$c = 132\ mm$

$$I = \frac{b\,c^3}{3} + (2n-1) A_s^- * (c - d^-)^2 + n * A_s * (d - c)^2$$

$$I = \frac{0.3 * (0.132)^3}{3} + 3842 * 10^{-6} * (0.132 - 0.056)^2 + 11304 * 10^{-6} * (0.39 - 0.132)^2$$

$$I = 1 * 10^{-3}\ m^4$$

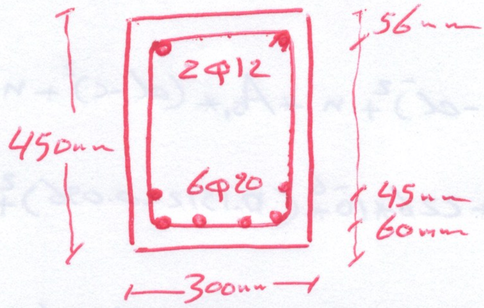
$$f_c = \frac{M * c}{I} = \frac{0.06 * 0.132}{1 * 10^{-3}} = 7.9\ MPa < f_{c_{all}} = 9\ MPa\ (o.k)$$

$$f_{cs}^- = \frac{c - d^-}{c} * f_c = \frac{132 - 56}{132} * 7.9 = 4.6\ MPa$$

$$f_s^- = 2n f_{cs}^- = 2 * 9 * 4.6 = 82.8\ MPa < f_{s_{all}} = 140\ MPa\ (o.k)$$

$$f_s = n * \frac{M * (d - c)}{I} = \frac{9 * 0.06 * (0.39 - 0.132)}{0.001} = 139.3\ MPa < f_{s_{all}} = 140\ MPa$$

Example: The beam shown in figure below is subjected to a moment equals to 70 kN.m. Find the stresses in steel and concrete using both equilibrium and transformed section method. $f_c' = 20$ MPa, $f_y = 400$ MPa. (All dimensions are to the center of the bars).



Solution: $n = \dfrac{200000}{4730\sqrt{20}} = 9.45 \simeq 9.0$

$A_{s_1} = 4 * (\frac{\pi}{4} * 20^2) = 1256\ mm^2$

$A_{s_2} = 2 * (\frac{\pi}{4} * 20^2) = 628\ mm^2$

$A_s = 1256 + 628 = 1884\ mm^2$

$A_s' = 2 * (\frac{\pi}{4} * 12^2) = 226\ mm^2$

$$\frac{bc^2}{2} + (2n-1) * A_s' * (c - d') = n * A_{s_1} * (d - c) + n * A_{s_2} * (d - 45 - c)$$

$$\frac{300 * c^2}{2} + (2*9-1) * 226 * (c - 56) = 9 * 1256 * (390 - c) + 9 * 628 * (390 - 45 - c)$$

$$150c^2 + 3842c - 215152 = 4408560 - 11304c + 1949940 - 5652c$$

$$c^2 + 138.65c - 43824 = 0.0$$

$$c = \frac{-(138.65) \mp \sqrt{(138.65)^2 - 4*1*(-43824)}}{2*1} = 151.2\ mm$$

Using Equilibrium Method

$$f_{cs'} = \frac{c - d'}{c} * f_c = \frac{151.2 - 56}{151.2} * f_c = 0.6296 f_c$$

$$N_{c_2} = (2n-1) * A_s' * f_{cs'} = (2*9-1) * 226 * 10^{-6} * 0.6296 f_c = 0.002419 f_c$$

$$N_{c_1} = \frac{f_c * c * b}{2} = \frac{f_c * 151.2 * 300}{2} * 10^{-6} = 0.02268 f_c$$

$$y_c = \frac{0.02268 f_c * \frac{c}{3} + 0.002419 f_c * 0.056}{0.02268 f_c + 0.002419 f_c} = 45.55\ mm$$

To find the center of the effective depth

$$d = \frac{1256 * 390 + 628 * (390 - 45)}{1256 + 628} = 375\ mm$$

$$z = d - y_c = 375 - 45.55 = 329.45\ mm$$

$$N_c = N_t = \frac{M}{z} = \frac{0.07}{0.32945} = 0.2125\ MN$$

$$N_c = 0.2125 = 0.02268 f_c + 0.002419 f_c$$

$$f_c = 8.466\ MPa < f_{c_{all}} = 0.45 * 20 = 9\ MPa\ (O.K)$$

$f_{cs^-} = 0.6296 f_c = 0.6296 * 8.466 = 5.33\ MPa$

$f_{s^-} = 2n * f_{cs^-} = 2*9*5.33 = 95.9\ MPa < f_{s\,all} = 140\ MPa$ (o.k)

$N_{t_1} = \frac{M}{d-y_c} = \frac{0.07}{0.39-0.04555} = 0.203\ MN \rightarrow f_{s_1} = \frac{N_{t_1}}{A_{s_1}} = \frac{0.203}{1256*10^{-6}} =$

$f_{s_{Total}} = (0.07/(0.375-0.04555))/(1256*10^{-6}+628*10^{-6}) = 112.7\ MPa < 140\ MPa$ (o.k)

Using Transformed Section Method

$c = 151.2\ mm$

$I = \frac{bc^3}{3} + (2n-1) A_{s^-} * (c-d^-)^2 + n * A_{s_1} * (d-c)^2 + n * A_{s_2} * (d-45-c)^2$

$I = \frac{\frac{300}{1000} * \left(\frac{151.2}{1000}\right)^3}{3} + (2*9-1)*226*10^{-6}*(0.1512-0.056)^2 + 9*1256*10^{-6}*(0.39-0.1512)^2 + 9*628*10^{-6}*(0.39-0.045-0$

$I = 0.0003456 + 0.00003482 + 0.0006446 + 0.0002123 = 0.0012373\ m^4$

$f_c = \frac{M*c}{I} = \frac{0.07*0.1512}{0.0012373} = 8.55\ MPa < f_{c\,all} = 9\ MPa$ (o.k)

$f_{cs^-} = \frac{c-d^-}{c} * f_c = \frac{151.2-56}{151.2} * 8.55 = 5.38\ MPa$

$f_{s^-} = 2n * f_{cs^-} = 2*9*5.38 = 96.9\ MPa < f_{s\,all} = 140\ MPa$ (o.k)

$f_{s_1} = \frac{n*M*(d_1-c)}{I} = \frac{9*0.07*(0.39-0.1512)}{0.0012373} = 121.6\ MPa < f_{s\,all} = 140\ MP$

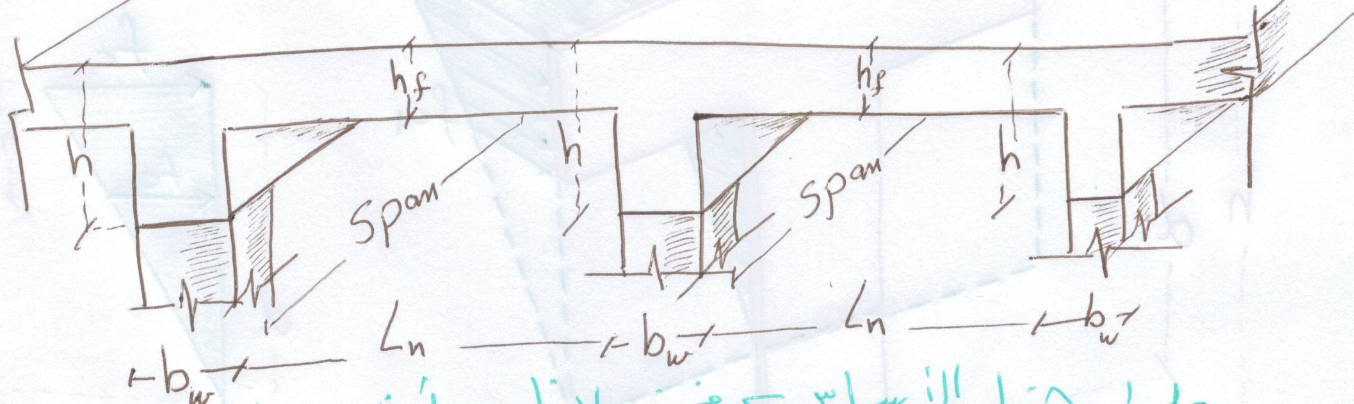
$f_{s_2} = \frac{n*M*(d_1-0.045-c)}{I} = \frac{9*0.07*(0.39-0.045-0.1512)}{0.0012373}$

$f_{s_2} = 98.67\ MPa < f_{s_1}$ and $f_{s\,all} = 140\ MPa$ (o.k)

$f_{s_{Total}} = \frac{n*M*(0.375-0.1512)}{I} = \frac{9*0.07*(0.375-0.1512)}{0.0012373} = 114\ MPa < f_{s\,all} = 1$

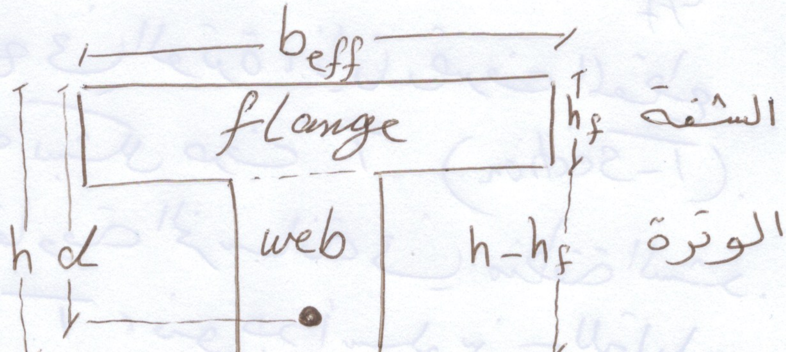
Analysis of T- Section

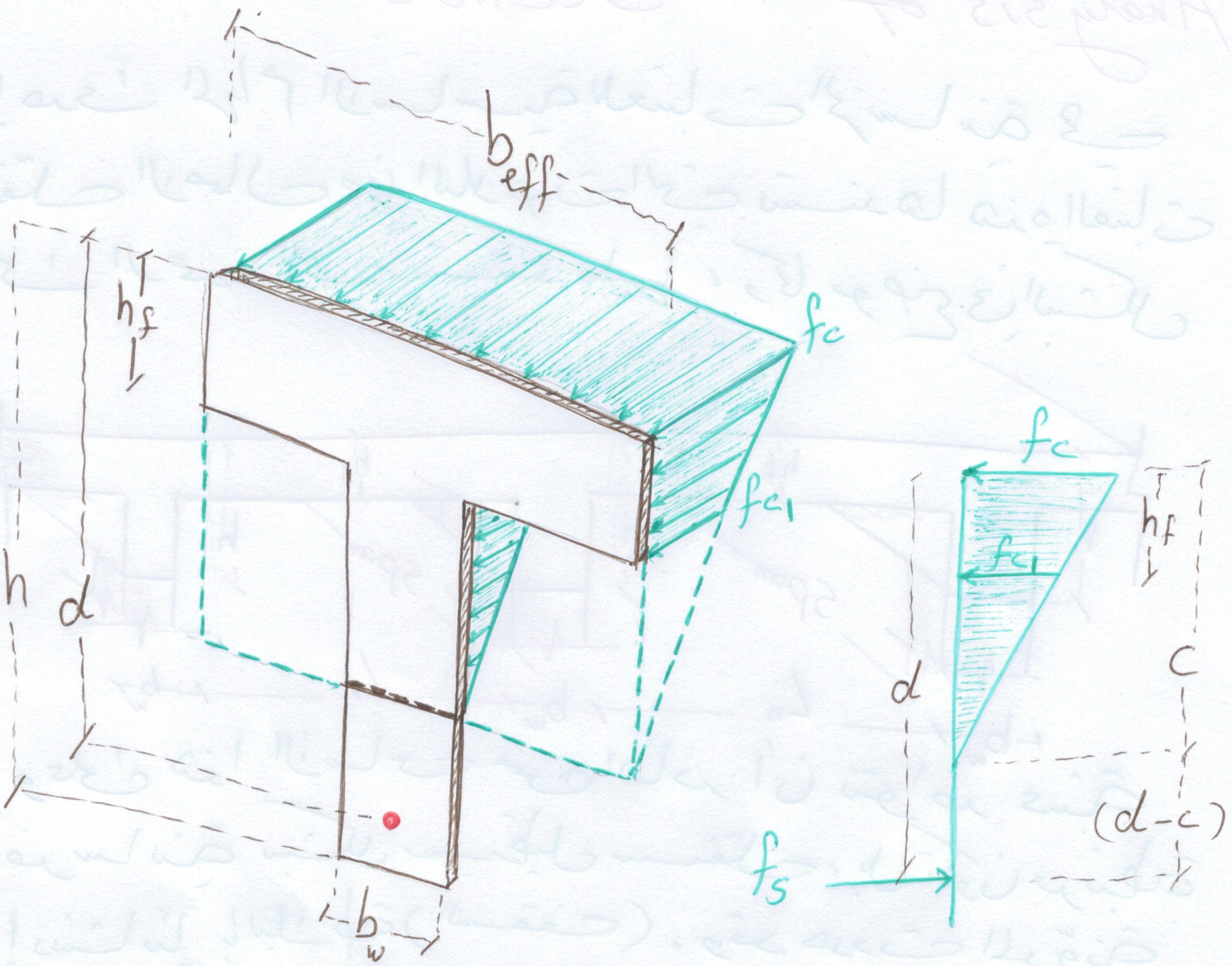
إحدى المهام الأساسية للعتبات الخرسانية هي نقل الأحمال من البلاطات التي تسندها هذه العتبات الى الأعمدة التي تستند عليها ، وكما موضح في الشكل



وعلى هذا الأساس فمن النادر أن تتواجد عتبة خرسانية بشكل مستطيل مستقل ، بل تكون مرتبطة إنشائياً بالبلاطة (السقف) . وقد حددت المدونة الأمريكية عرض البلاطة المرتبط بالعتبة (والذي يتصرف مثل تصرف العتبة المرتبط بها إنشائياً) بالأقل من الحدود الثلاثة التالية :

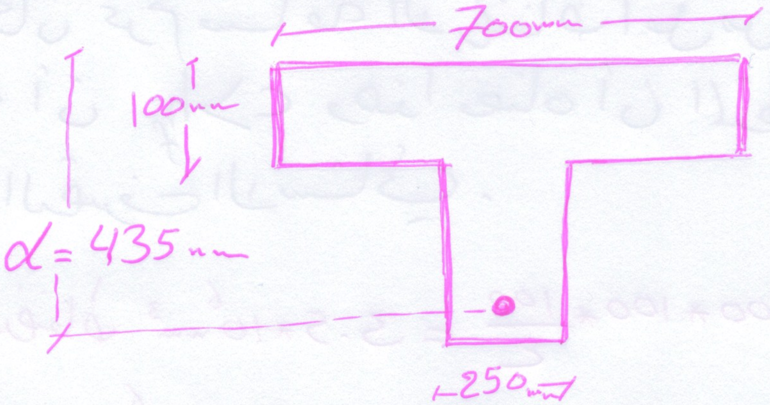
- $b_{eff} = \dfrac{Span}{4}$
- $b_{eff} = b_w + 16 * h_f$
- $b_{eff} = b_w + L_n$





في البداية يتم تدقيق عمق محور التعادل (c)، وإذا كان يقع ضمن الشفة (flange) فإن تصرف المقطع إنشائياً سيكون كعتبة مستطيلة الشكل بعرض يساوي b_{eff}.
وإن كان محور التعادل يقع في الوترة، فإن تصرف المقطع الإنشائي سيكون كعتبة بشكل حرف T (T-section)
وذلك بسبب إهمال مقاومة الخرسانة في منطقة الشد.
وفي حالة كون المقطع بشكل T، فيوجد أسلوبين للتحليل
الاول هو إهمال تأثير الوترة في منطقة الانضغاط لقلتها مقارنة بتأثير الشفة وتعرف هذه الطريقة بالطريقة التقريبية (Approximate Method)، والاسلوب الثاني هو إدخال تأثير الوترة ويعرف هذا الاسلوب بالطريقة الصحيحة (Exact Method).

Example: The T-section beam shown in figure is reinforced with 6 φ 28 ($A_s = 3696\ mm^2$). Material mechanical properties are $f_c = 25$ MPa and $f_y = 400$ MPa. Working moment equals to 200 kN.m. Find the stresses in steel and concrete.



Solution: (Using Equilibrium Method)

Check the effective width

$$b_{eff} = b_w + 16 * h_f = 250 + 16 * 100 = 1850\ mm$$

$\because 700\ mm < b_{eff} = 1850\ mm$

$\therefore b_{eff} = 700\ mm$

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

$$n = \frac{200\ 000}{4730\sqrt{25}} = 8.45 \simeq 8$$

Check the location of the neutral axis

نفرض في البداية أن موقع محور التعادل سيقع في الحد الفاصل ما بين الشفة والوترة أي أن $c = h_f$ ، ونأخذ عزم المساحات حول هذا المحور، فإذا كان عزم مساحة الانضغاط أكبر من عزم مساحة الشد فهذا يعني أن الموقع المفروض لمحور التعادل هو خاطئ، وأكبر من الموقع الصحيح وعليه ستكون $c < h_f$ وهذا يعني أن المقطع سيكون بشكل مستطيل من ناحية التصرف الانشائي، أما إذا كان عزم مساحة الانضغاط أقل من عزم مساحة الشد فهذا يعني أن $c > h_f$ وهذا معناه أن المقطع سيكون T-section من ناحية التصرف الانشائي.

Assume $c = h_f$

$$b * h_f * \frac{h_f}{2} = 700 * 100 * \frac{100}{2} = 3.5 * 10^6 \text{ mm}^3$$ عزم مساحة الانضغاط

$$n * A_s * (d - h_f) = 8 * 3696 * (435 - 100) = 9.9 * 10^6 \text{ mm}^3$$ عزم مساحة الشد

$$\therefore \underbrace{9.9 * 10^6}_{\text{عزم مساحة الشد}} > \underbrace{3.5 * 10^6}_{\text{عزم مساحة الانضغاط}}$$

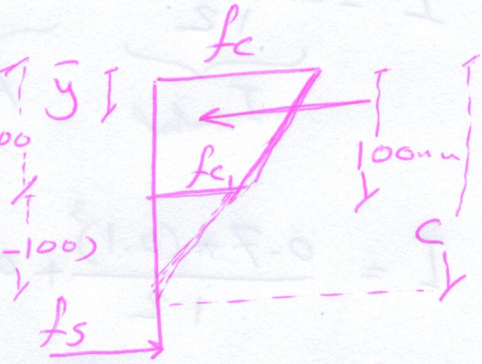
هذا معناه أن محور التعادل يقع ضمن الوترة وليس الشفة، فيصمم المقطع بشكل T-section. وباختيار الطريقة التقريبية Approximate Method أي إهمال تأثير الوترة، أي أن الشفة فقط ستكون تحت تأثير الانضغاط.

$$c = \frac{b * h_f * \frac{h_f}{2} + n * A_s * d}{b * h_f + n * A_s}$$

حول أعلى المقطع

$$c = \frac{700 * \frac{(100)^2}{2} + 8 * 3696 * 435}{700 * 100 + 8 * 3696} = 164 \text{ mm}$$

$$\bar{y} = \frac{3 * c - 2 * h_f}{2 * c - h_f} * \frac{h_f}{3}$$



$$\bar{y} = \frac{3 * 164 - 2 * 100}{2 * 164 - 100} * \frac{100}{3} = 43 \text{ mm}$$

$$\frac{f_c}{c} = \frac{f_{c_1}}{(c-100)}$$

$$z = d - \bar{y} = 435 - 43 = 392 \text{ mm}$$

$$N_c = N_t = \frac{M}{z} = \frac{0.2}{0.392} = 0.51 \text{ MN}$$

$$f_{c_1} = \frac{c - h_f}{c} * f_c = \frac{164 - 100}{164} * f_c = 0.39 f_c$$

$$N_c = \frac{f_c + f_{c_1}}{2} * b * h_f = \frac{f_c + 0.39 f_c}{2} * 0.7 * 0.1 = 48.65 \times 10^{-3} f_c$$

$$0.51 = 48.65 * 10^{-3} f_c \rightsquigarrow f_c = 10.5 \text{ MPa} < f_{c_{all}} = 11.25 \text{ MPa}$$

$$f_s = \frac{N_t}{A_s} = \frac{0.51}{3696 * 10^{-6}} = 138 \text{ MPa} < f_{s_{all}} = 165 \text{ MPa}$$